

## 96. Les pions \* \*\* \*\*\*

Aloïs et Bruno jouent avec des pions alignés les uns à côté des autres. A tour de rôle, ils doivent enlever 2 ou 3 pions contigus (qui se touchent). Le premier qui ne peut plus jouer perd. C'est toujours Aloïs qui commence. Quelle stratégie doit-il adopter s'il veut être sûr de gagner ?

Note : les joueurs ne peuvent pas déplacer les pions, ils ne peuvent donc que les enlever.

- a) S'ils jouent avec 4 pions.
- b) S'ils jouent avec 5 pions.
- c) S'ils jouent avec 6 pions.
- d) S'ils jouent avec 7 pions.
- e) S'ils jouent avec 8 pions.
- f) S'ils jouent avec 49 pions.
- g) S'ils jouent avec 50 pions.

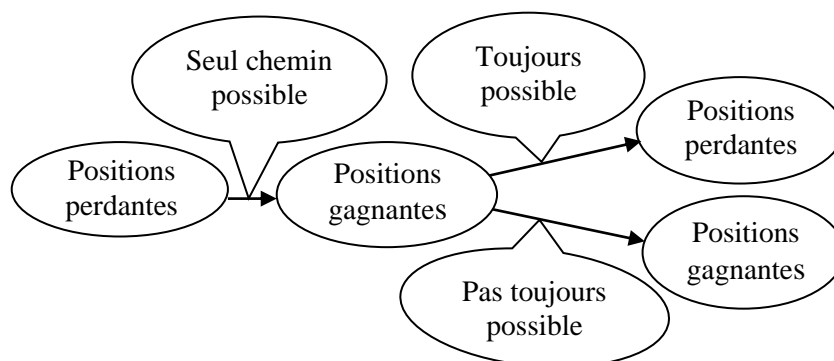
### Solutions

Pour préciser la position des pions, si c'est nécessaire, on les numérote, de gauche à droite. Il y a parfois plusieurs stratégies pour gagner.

- a) Aloïs prend **3 pions** (les 3 premiers ou les 3 derniers). Bruno ne peut plus jouer. Il perd. Aloïs aurait aussi pu prendre le **2ème et le 3ème pion**.
- b) Aloïs prend les **3 pions du milieu**. Bruno ne peut plus jouer. Il perd.
- c) Aloïs prend le **3ème et 4ème pion**. Bruno doit prendre les deux premiers pions (ou les deux derniers). Aloïs prend les deux derniers pions restants en jeu et Bruno perd car il ne peut plus jouer.
- d) Aloïs prend le **3ème, 4ème et 5ème pion**. La suite est évidente. Bruno perd.
- e) Aloïs prend le **4ème et le 5ème pion**. Bruno ne peut que perdre.

Avant d'aller plus loin, recherchons un certain nombre de positions perdantes de ce jeu qui fait partie des jeux de Nim (jeux qui se jouent à deux et qui, forcément, aboutissent à une fin) auxquels j'ai consacré un chapitre dans mon livre « Les Clefs des Enigmes Mathématiques ».

Par convention, on parlera de positions perdantes ou gagnantes, par rapport à la personne à qui c'est le tour de jouer et qui se trouve dans cette position. L'étude des jeux de Nim montre que celui qui a mis son adversaire dans une position perdante est assuré de gagner s'il joue correctement par la suite car il peut toujours maintenir son adversaire dans des positions perdantes. Une position perdante ne peut conduire qu'à une position gagnante. Une position gagnante peut toujours conduire à une position perdante et peut parfois conduire à une position gagnante.



Pour trouver les positions perdantes d'un jeu, il faut quasiment toujours étudier les configurations les plus simples avant d'aller vers celles qui sont plus complexes.

Voici quelques exemples de positions perdantes (dans un groupe, les pions sont contigus) :

1. Les positions « aucun pion » ou 1 seul pion.
2. Un groupe de 2 pions + un groupe de 3 pions.    ••    •••  
Le + indique qu'il y a un ou plusieurs pions manquants entre le groupe des 2 pions et celui des 3 pions.
3. Une suite de pions non contigus (ou isolés) quel que soit le nombre de pions de cette suite (celui qui se trouve dans cette position ne peut plus jouer).    •    •    •    •    •
4. Un nombre pair de groupes de deux pions.    ••    ••    ••    ••    ••    ••
5. Un nombre pair de groupes de trois pions.    •••    •••    •••    •••
6. Un nombre pair de groupes de x pions comme, par exemple, un groupe de 7 pions + un groupe de 7 pions.    •••••••    •••••••
7. Un nombre pair de groupes de x pions + un nombre pair de groupes de y pions + un nombre pair de groupes de z pions, etc. Exemple : deux groupes de 1 pion + deux groupes de 2 pions + deux groupes de 3 pions + 4 groupes de 4 pions.

•    ••••    ••    •••    •••    ••    ••••    ••••    ••••    •

Les positions perdantes vues au point 7 suffisent pour permettre à Aloïs de gagner quel que soit le nombre de pions au départ. En effet, Aloïs peut toujours mettre Bruno dans une position perdante, tandis que Bruno ne pourra jamais mettre Aloïs dans une position perdante, sauf si ce dernier joue mal. La stratégie d'Aloïs consiste à faire en sorte qu'il y ait toujours un nombre pair de groupes de même quantité de pions.

- f) Imaginons un axe de symétrie perpendiculaire à l'alignement des pions. Il couperait le 25ème pion en deux. Aloïs prend alors le **24ème, 25ème et 26ème** pour laisser Bruno devant deux groupes de 23 pions (position perdante). Par la suite, Aloïs prendra systématiquement les pions symétriques aux pions que vient de prendre Bruno. Par exemple, si Bruno, à son premier coup, prend le 2ème et le 3ème pion, Aloïs prendra le 47ème et le 48ème pion.
- g) Aloïs prend le **25ème et le 26ème pion**. Bruno se trouve devant deux groupes de 24 pions. Aloïs va appliquer ensuite la même stratégie qu'en f).

Pour un autre jeu de Nim très intéressant, voir l'exercice 25 (Coincez la reine).