

### 90. Un carré magique étonnant \*\* \*\*\*

Soit un carré composé lui-même d'un certain nombre de cases carrées ayant toutes la même grandeur. Un tel carré est dit magique lorsque, après avoir mis un seul nombre dans chacune des cases, la somme de chaque ligne, de chaque colonne et des deux diagonales, est toujours la même. Cette somme ( $S$ ) est appelée densité.

Annie a réussi à trouver un carré magique composé uniquement de nombres premiers, tous différents, et dont la densité est la plus petite possible. Complétez son carré magique dont trois nombres sont déjà donnés.

Rappel : 1 n'est pas un nombre premier.

|    |    |  |
|----|----|--|
| 71 | 89 |  |
| 5  |    |  |
|    |    |  |

#### Solution

Ajoutons  $a$ ,  $b$  et  $c$  dans notre carré magique de départ.

Rappelons que la densité est notée  $S$ .

Cherchons la valeur de  $a$  par essais successifs.

|     |     |     |
|-----|-----|-----|
| 71  | 89  | $a$ |
| 5   | $c$ |     |
| $b$ |     |     |

Si  $a = 2$ , alors  $S = 162 (71 + 89 + 2)$ . Dans ce cas,  $b = 86 (162 - 71 - 5)$ . Ce cas est impossible car 86 n'est pas un nombre premier.

Si  $a = 3$ , alors  $S = 163 (71 + 89 + 3)$ . Dans ce cas,  $b = 87 (163 - 71 - 5)$ . Ce cas est impossible car 87 n'est pas un nombre premier.

$a$  ne peut pas valoir 5 car 5 se trouve déjà dans notre carré magique.

Si  $a = 7$ , alors  $S = 167 (71 + 89 + 7)$ . Dans ce cas,  $b = 91 (167 - 71 - 5)$ . Ce cas est impossible car 91 n'est pas un nombre premier.

Si  $a = 11$ , alors  $S = 171 (71 + 89 + 11)$ . Dans ce cas,  $b = 95 (171 - 71 - 5)$ . Ce cas est impossible car 95 n'est pas un nombre premier.

Si  $a = 13$ , alors  $S = 173 (71 + 89 + 13)$ . Dans ce cas,  $b = 97 (173 - 71 - 5)$ . Ce cas est possible. Alors,  $c = 63 (173 - 13 - 97)$ . Nous sommes bloqués car 63 n'est pas un nombre premier.

Si  $a = 17$ , alors  $S = 177 (71 + 89 + 17)$ . Dans ce cas,  $b = 101 (177 - 71 - 5)$ . Ce cas est possible. Alors,  $c = 59 (177 - 17 - 101)$ .

|     |    |     |
|-----|----|-----|
| 71  | 89 | 17  |
| 5   | 59 | 113 |
| 101 | 29 | 47  |

On peut ensuite terminer aisément notre carré magique.