

## 9. Présentez un sympathique tour de magie \*

Pour présenter ce tour, il faut d'abord préparer les six cartes ci-dessous, sur du papier solide, si possible plastifié, en laissant une petite bordure, de façon que les cartes soient agréables à exposer.

1	3	5	7	9	11	13	15
17	19	21	23	25	27	29	31
33	35	37	39	41	43	45	47
49	51	53	55	57	59	61	63

2	3	6	7	10	11	14	15
18	19	22	23	26	27	30	31
34	35	38	39	42	43	46	47
50	51	54	55	58	59	62	63

4	5	6	7	12	13	14	15
20	21	22	23	28	29	30	31
36	37	38	39	44	45	46	47
52	53	54	55	60	61	62	63

8	9	10	11	12	13	14	15
24	25	26	27	28	29	30	31
40	41	42	43	44	45	46	47
56	57	58	59	60	61	62	63

16	17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30	31
48	49	50	51	52	53	54	55
56	57	58	59	60	61	62	63

32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47
48	49	50	51	52	53	54	55
56	57	58	59	60	61	62	63

Demandez maintenant à une personne de penser à un nombre entier positif inférieur à 64. Présentez ensuite à cette personne successivement les six cartes (on peut les mélanger et les montrer dans n'importe quel ordre). La personne doit, pour chacune des cartes, dire si le nombre pensé est inscrit sur la carte ou s'il ne l'est pas. Faites mentalement la somme des premiers nombres (en haut à gauche) des cartes sur lesquelles se trouve le nombre pensé. Cette somme correspond forcément au nombre pensé ! Par exemple, si le nombre pensé est 45, il se trouve sur quatre cartes dont les premiers nombres en haut à gauche sont 1, 4, 8 et 32 et dont la somme est égale à 45. Si le nombre pensé ne figure sur aucune carte, c'est le 0 qui a été pensé.

Pourquoi ça marche ? Dessinez les 6 cartes avec les 32 cases par carte et inscrivez dans la case du haut à gauche un 1 sur une des cartes, un 2 sur une autre, un 4 sur une autre, un 8 sur une autre, un 16 sur une autre et un 32 sur la dernière carte. Ces 6 nombres n'apparaissent qu'une seule fois en tout. Tous les autres vont apparaître plusieurs fois. Complétez maintenant vos cartes en inscrivant le nombre 3 partout où il doit aller. Faites de même avec le nombre 5, puis avec tous les nombres non encore inscrits.

### Solution

On appelle premier nombre d'une carte, le nombre en haut à gauche de la carte (1 ou 2 ou 4 ou 8 ou 16 ou 32).

Le 3 doit forcément être inscrit sur les cartes dont le premier nombre est 1 et 2 ( $1 + 2 = 3$ ). C'est le seul nombre inscrit uniquement sur ces deux cartes.

Le 5 doit forcément être inscrit sur les cartes dont le premier nombre est 1 et 4 ( $1 + 4 = 5$ ). C'est le seul nombre inscrit uniquement sur ces deux cartes.

Le 6 doit forcément être inscrit sur les cartes dont le premier nombre est 2 et 4 ( $2 + 4 = 6$ ). C'est le seul nombre inscrit uniquement sur ces deux cartes.

Le 7 doit forcément être inscrit sur les cartes dont le premier nombre est 1, 2 et 4 ( $1 + 2 + 4 = 7$ ). C'est le seul nombre inscrit uniquement sur ces trois cartes.

En suivant le même raisonnement, tous les autres nombres peuvent être inscrits sur les cartes.

Les mathématiciens trouveront une explication de ce tour de magie dans l'écriture en base 2 des nombres utilisés.