

82. Les détenus *** *****

Les énigmes suivantes sont dues à Raymond Smullyan (1919-2017), auteur de nombreux livres de casse-tête. Je les ai un peu adaptées.

Dans une prison très spéciale, les détenus ont parfois une chance de s'en sortir. De temps à autre, certains d'entre eux sont amenés devant des cellules sur les portes desquelles sont collées des affiches. Ils savent que seules les cellules conduisant à une princesse leur permettront d'avoir la vie sauve.

Pour les épreuves de janvier, les détenus apprirent qu'ils auraient à choisir entre deux cellules. Ils surent que chacune des cellules contenait un tigre ou une princesse, qu'il était aussi possible qu'il y ait un tigre dans chacune des cellules ou qu'il y ait une princesse dans chacune des cellules.

Première épreuve (5 janvier). Un prisonnier fut conduit devant les portes des deux cellules et on lui dit ceci : « Une des affiches dit la vérité et l'autre ment. »

Affiche de la cellule 1 : Il y a une princesse dans cette cellule et un tigre dans l'autre.

Affiche de la cellule 2 : Il y a une princesse dans une cellule et un tigre dans l'autre cellule.

Quelle cellule dut choisir le prisonnier pour être sûr de rencontrer la princesse ?

Deuxième épreuve (17 janvier). Un prisonnier fut conduit devant les portes des deux cellules et on lui dit ceci : « Les affiches disent la vérité toutes les deux ou bien elles mentent toutes les deux. »

Affiche de la cellule 1 : Une au moins des deux cellules contient une princesse.

Affiche de la cellule 2 : Il y a un tigre dans l'autre cellule.

Quelle cellule dut choisir le prisonnier pour être sûr de rencontrer la princesse ?

Troisième épreuve (23 janvier). Un prisonnier fut conduit devant les portes des deux cellules et on lui dit ceci : « L'affiche 1 dit la vérité lorsqu'il y a une princesse dans cette cellule et elle ment s'il y a un tigre dans cette cellule. L'affiche 2 ment lorsqu'il y a une princesse dans cette cellule et elle dit la vérité s'il y a un tigre dans cette cellule. »

Affiche de la cellule 1 : Les deux cellules contiennent une princesse.

Affiche de la cellule 2 : Les deux cellules contiennent une princesse.

Quelle cellule dut choisir le prisonnier pour être sûr de rencontrer la princesse ?

Pour l'épreuve de février, les détenus apprirent qu'ils auraient à choisir entre trois cellules. Ils surent qu'il y aurait une princesse dans une cellule et un tigre dans chacune des deux autres cellules.

Quatrième épreuve (14 février). Un prisonnier fut conduit devant les portes des trois cellules et on lui dit ceci : « L'affiche collée sur la porte de la princesse dit la vérité et au moins une des deux autres affiches ment. »

Affiche de la cellule 1 : Il y a un tigre dans la cellule 2.

Affiche de la cellule 2 : Il y a un tigre dans cette cellule.

Affiche de la cellule 3 : Il y a un tigre dans la cellule 1.

Quelle cellule dut choisir le prisonnier pour être sûr de rencontrer la princesse ?

Pour l'épreuve de mars, les détenus apprirent qu'ils auraient à choisir entre trois cellules. Ils surent qu'il y aurait une princesse dans une cellule, un tigre dans une autre, et qu'une cellule était vide.

Cinquième épreuve (9 mars). Un prisonnier fut conduit devant les portes des trois cellules et on lui dit ceci : « L'affiche collée sur la porte de la princesse dit la vérité et celle du tigre ment. »

Affiche de la cellule 1 : La cellule 3 est vide.

Affiche de la cellule 2 : Il y a un tigre dans la cellule 1.

Affiche de la cellule 3 : Cette cellule est vide.

Quelle cellule dut choisir le prisonnier pour être sûr de rencontrer la princesse ?

Solutions

Il existe naturellement plusieurs manières de résoudre ce type d'exercices. J'ai souvent tendance à y aller méthodiquement, en testant tous les cas.

Par la suite, par souci de simplification, l'affiche 1 désignera toujours l'affiche de la cellule 1, et l'affiche 2 désignera celle de la cellule 2. Dans les tableaux, on utilisera les symboles suivants : P = princesse, T = tigre, V = vide.

Première épreuve

Il y a 4 possibilités, comme on peut le constater sur le tableau ci-contre.

- Supposons que l'affiche 1 dise la vérité et que la 2 mente.

Puisque l'affiche 1 dit la vérité, seul le cas c est à considérer. Alors, l'affiche 2 dit aussi la vérité, ce qui n'est pas possible. Cette supposition conduit à une impasse.

- Supposons que l'affiche 1 mente et que la 2 dise la vérité.

Selon l'affiche 2, seuls les cas c et d sont possibles. Comme l'affiche 1 ment, alors seule la possibilité d est correcte.

Le prisonnier doit choisir la **cellule 2**.

	1	2
a	P	P
b	T	T
c	P	T
d	T	P

Deuxième épreuve

Il y a toujours 4 possibilités, comme dans le tableau de la première épreuve.

- Supposons que les deux affiches disent la vérité.

Selon l'affiche 1, les affirmations a, c et d sont possibles. D'après l'affiche 2, seul le cas d reste possible.

Le prisonnier doit choisir la **cellule 2**.

- Supposons que les deux affiches mentent.

L'affiche 1 indique qu'il n'y a pas de princesse dans les cellules. Seul le cas b peut convenir. L'affiche 2 ne convient pas à b. Cette supposition conduit à une impasse. Ainsi, la solution est unique.

Troisième épreuve

Il y a toujours 4 possibilités.

On va utiliser le symbole v pour vérité, et m pour mensonge.

Ainsi, le fait que l'affiche 1 énonce la vérité lorsqu'il y a une princesse dans la cellule est symbolisé par P-v.

Cas a. L'affiche 2 ne ment pas. Ce cas n'est pas possible.

Cas b. L'affiche 2 ne dit pas la vérité. Ce cas n'est pas possible.

Cas c. L'affiche 1 ne dit pas la vérité. Ce cas n'est pas possible.

Cas d. Les deux affichent mentent comme elles doivent le faire.

Le prisonnier doit choisir la **cellule 2** (cas d).

	1	2
a	P-v	P-m
b	T-m	T-v
c	P-v	T-v
d	T-m	P-m

Quatrième épreuve

Trois cas sont possibles ici comme on peut le voir dans le tableau ci-contre.

Cas a. Les affiches 1 et 2 disent la vérité, alors qu'au moins l'une des deux doit mentir. Ce cas n'est pas possible.

Cas b. L'affiche 2 ment alors qu'elle devrait dire la vérité. Ce cas n'est pas possible.

Cas c. Les affiches 1 et 2 disent la vérité et la 3 ment. Tout joue.

Le prisonnier doit choisir la **cellule 1**.

	1	2	3
a	T	T	P-v
b	T	P-v	T
c	P-v	T	T

Cinquième épreuve

Six cas sont possibles.

Cas a. L'affiche 3 ment, alors qu'elle devrait dire la vérité.

Cas b. L'affiche 2 ment, alors qu'elle devrait dire la vérité.

Cas c. L'affiche 3 ment, alors qu'elle devrait dire la vérité.

Cas d. L'affiche 1 ment, alors qu'elle devrait dire la vérité.

Cas e. L'affiche 1 dit la vérité, alors qu'elle devrait mentir.

Cas f. L'affiche 1 dit la vérité et l'affiche 2 ment. Tout joue.

Le prisonnier doit choisir la **cellule 1**.

Remarque : aucune condition n'était donnée pour la cellule vide.

	1	2	3
a	V	T-m	P-v
b	V	P-v	T-m
c	T-m	V	P-v
d	P-v	V	T-m
e	T-m	P-v	V
f	P-v	T-m	V