

80. Le bonimenteur *** ****

Lors d'une fête, un bonimenteur (personne qui dit des paroles pompeuses dans le but de séduire) annonce à haute voix le jeu suivant :

«Mesdames et messieurs, voici trois dés traditionnels portant les numéros de 1 à 6. Chacun pourra miser sur autant de numéros qu'il souhaite et chaque mise coûte 10 euros. Je mettrai ensuite ces trois dés dans une boîte que je secouerai, puis retournerai afin que les dés retombent sur la table. Votre mise sera doublée si votre numéro apparaît sur un seul dé. Votre mise sera triplée si votre numéro apparaît sur exactement deux dés et votre mise sera quadruplée si votre numéro apparaît sur trois dés. Mon épouse se charge de noter et d'encaisser les mises. A vous de jouer.»

Apparemment, le jeu est tentant. Essayons d'en découvrir les faces cachées. Nous verrons, ce n'est pas une surprise, que le bonimenteur est le véritable gagnant. Imaginons un individu que l'on va appeler Monsieur PIGEON qui va miser systématiquement sur les 6 numéros afin, croit-il, de maximiser ses chances.

Pour découvrir les chances réelles de Monsieur PIGEON, répondez aux questions suivantes :

- Combien les trois dés représentent-ils de configurations différentes ? (Vérifiez que votre réponse soit juste avant de passer aux questions suivantes).
- Parmi toutes les configurations, combien y en a-t-il dont trois numéros sont identiques ?
- Parmi toutes les configurations, combien y en a-t-il dont seulement deux numéros sont identiques ?
- Parmi toutes les configurations, combien y en a-t-il dont les trois numéros sont différents ?
- Quel montant total le bonimenteur aura-t-il encaissé pour toutes les configurations différentes prises chacune une seule fois ?
- Quel montant total le bonimenteur aura-t-il versé pour toutes les configurations différentes prises chacune une seule fois ?
- Quel gain total le bonimenteur aura-t-il réalisé sur toutes les configurations différentes prises chacune une seule fois ? Combien cela représente-t-il en pour cent du montant total encaissé ?
- Quelle perte moyenne fait Monsieur PIGEON, chaque fois qu'il mise sur les 6 numéros ?

Solutions

- a) Nous avons affaire à un problème de probabilités. Il faut imaginer qu'un des dés est rouge (R), qu'un 2ème est vert (V) et que le troisième est bleu (B). Si trois 2 apparaissent, on peut symboliser le cas par (R2,V2,B2). Si deux 2 et un 4 apparaissent, il peut s'agir de (R2,V2,B4) ou de (R2,V4,B2) ou de (R4,V2,B2), ce qui doit être considéré comme trois configurations différentes.

Un diagramme en arbre peut facilement nous montrer qu'il y a **216** configurations différentes ($6 \cdot 6 \cdot 6$), allant de (R1,V1,B1) à (R6,V6,B6).

- b) Il y a **6** configurations ayant trois numéros identiques : (R1,V1,B1), (R2,V2,B2), (R3,V3,B3), (R4,V4,B4), (R5,V5,B5) et (R6,V6,B6).
- c) Il y a **90** configurations ayant exactement deux numéros identiques :
15 configurations commencent par R1 : (R1,V1,B2), (R1,V1,B3), (R1,V1,B4), (R1,V1,B5) et (R1,V1,B6), (R1,V2,B1), (R1,V2,B2), (R1,V3,B1), (R1,V3,B3), (R1,V4,B1), (R1,V4,B4), (R1,V5,B1), (R1,V5,B5), (R1,V6,B6) et (R1,V6,B6).
On en aura 15 commençant par R2, puis 15 commençant par R3, etc., soit un total de 90 configurations ($15 \cdot 6$).

- d) Il y a **120** configurations dont les trois numéros sont différents ($216 - 6 - 90$). En effet, pour que les trois numéros soient différents, on soustrait au nombre total de configurations

possibles (216) le nombre de configurations portant sur trois numéros identiques (6) et le nombre de configurations portant sur exactement deux numéros identiques (90).

- e) Chaque fois que M. PIGEON mise sur 6 numéros, il paie 60 euros. Pour 216 jeux, le bonimenteur encaisse **12'960** euros ($216 \cdot 60$).
- f) Montant total versé par le bonimenteur : $6 \cdot 40 + 90 \cdot 50 + 120 \cdot 60 = \mathbf{11'940}$ euros. En effet :
Pour chaque cas où les 3 numéros sont identiques (6 cas en tout), M. PIGEON a versé 60 euros (il mise toujours sur les 6 numéros) et il gagne le quadruple du numéro sorti, soit 40 euros.
Pour chaque cas où seulement deux numéros sont identiques (90 cas en tout), par exemple (R5,V5,B3), M. PIGEON a versé 60 euros. Le bonimenteur donne 30 euros pour le 5 (le triple), et 20 euros (le double) pour le 3, soit un total de 50 euros.
Pour chaque cas où les trois numéros sont différents (120 cas en tout), M. PIGEON a versé 60 euros et le bonimenteur donne 60 euros en tout (le double de chaque numéro).
- g) Gain réalisé par le bonimenteur : $12'960 - 11'940 = \mathbf{1020}$ euros. Cela représente environ **7,87 %** du montant total encaissé ($1020/12'960$).
- h) Perte moyenne chaque fois que M. PIGEON joue les 6 numéros = $1020 : 216 \cong \mathbf{4,7}$ euros.

Comme dans tous les jeux de hasard, les probabilités permettent de découvrir ce qui va se passer lorsque l'on joue de nombreuses fois. Il faut peut-être jouer des milliers de fois pour que les 216 configurations différentes apparaissent au moins une fois. M. PIGEON, s'il ne joue que quelques fois, pourra peut-être gagner. S'il joue souvent, il finira par perdre. C'est ce qui se passe, par exemple, dans les casinos.