

63. Les transvasements * ** *** **** *****

- Comment faire pour rapporter d'une rivière exactement 1 litre d'eau, si l'on dispose, pour en mesurer la quantité, de seulement deux seaux non gradués, l'un de 2 litres et l'autre de 3 litres ?
- Comment faire pour rapporter d'une rivière exactement 5 litres d'eau, si l'on dispose, pour en mesurer la quantité, de seulement deux seaux non gradués, l'un de 4 litres et l'autre de 3 litres ?
- Comment faire pour rapporter d'une rivière exactement 3 litres d'eau, si l'on dispose, pour en mesurer la quantité, de seulement deux seaux non gradués, l'un de 4 litres et l'autre de 6 litres ?
- Les trois seaux de Joël ne sont pas gradués. L'un est rempli à ras bord et il contient 8 litres d'eau. Les deux autres peuvent contenir, au maximum, l'un 5 litres et l'autre 3 litres.

Combien de transvasements, au minimum, devra-t-il faire pour obtenir 4 litres dans un des seaux et 4 litres dans un autre ? (on considère qu'il y a transvasement chaque fois que l'on verse de l'eau d'un récipient dans un autre)

- Un marchand d'huile doit aller livrer une quantité d'huile comprise, en nombres entiers de litres, entre 1 et 12 litres, mais qu'il ne connaît pas à l'avance. Il ne prend avec lui que trois urnes non graduées, l'une de 7 litres qui est vide, une autre de 8 litres qui est aussi vide et la dernière de 12 litres qui est pleine d'huile.

Quelles quantités d'huile ne sera-t-il pas capable de livrer avec exactitude ?

Solutions

- On remplit le seau de 3 litres, puis, avec son contenu, on remplit celui de 2 litres. Il reste alors 1 litre dans le seau de 3 litres. On vide le seau de 2 litres et on peut ainsi rapporter de la rivière exactement 1 litre. Les divers transvasements sont montrés dans le tableau suivant :

Seau de 3 litres	0	3	1	1
Seau de 2 litres	0	0	2	0

On peut aussi commencer par remplir le seau de 2 litres, mais il faudra alors faire plus de transvasements :

Seau de 3 litres	0	0	2	2	3	0
Seau de 2 litres	0	2	0	2	1	1

- Les conditions seront remplies lorsque la quantité totale d'eau sera égale à 5 litres. Utilisons à nouveau un tableau pour illustrer une des solutions possibles :

Seau de 4 litres	0	4	1	1	0	4
Seau de 3 litres	0	0	3	0	1	1

En ayant 4 litres dans le seau de 4 litres et 1 litre dans le seau de 3 litres, on a bien 5 litres.

- Il nous faut 3 litres d'eau dans un des seaux ou un total de 3 litres entre les deux seaux. Cela est tout simplement **impossible**.
- Il faut au minimum **7 transvasements**. Une des deux solutions possibles est donnée dans le tableau ci-dessous.

1er transvasement : on remplit le seau de 5 litres.

2ème transvasement : on remplit le seau de 3 litres avec le contenu de celui de 5 litres. Il reste 2 litres dans celui de 5 litres.

3ème transvasement : on verse le contenu du seau de 3 litres dans celui de 8 litres. Etc.

Seau de 8 litres	8	3	3	6	6	1	1	4
Seau de 5 litres	0	5	2	2	0	5	4	4

Seau de 3 litres	0	0	3	0	2	2	3	0
Nombre de transvasements		1	2	3	4	5	6	7

Des explications sur cet exercice ainsi que sur les problèmes de transvasements sont donnés dans la rubrique « Divers ».

5. Dans le tableau ci-dessous, la colonne a donne les capacités des urnes, b les quantités d'huile au départ et les autres, les transvasements.

Utilisons la méthode donnée dans la rubrique « Divers » en ne nous occupant d'abord que des urnes qui sont vides au départ, tout en sachant que le contenu total de ces deux urnes ne peut pas dépasser 12 litres. On considère leur contenu comme des couples dont la première coordonnée correspond au contenu de l'urne de 8 litres. Comme on peut le voir dans le tableau ci-dessous, on passe de (0,0) à (8,0), puis à (1,7), puis à (1,0), etc. Lorsque l'on arrive à (0,5), on ne peut pas aller à (8,5) de la colonne x, car il n'y a que 12 litres d'eau en tout. Alors, si on ne veut pas revenir aux couples déjà rencontrés, on peut passer de (0,5) à (7,5), puis on va à (7,0) et enfin à (0,7). Il n'y a pas d'autres couples possibles pour les urnes vides au départ.

On peut maintenant compléter la ligne de l'urne contenant 12 litres.

a	b																			x					
12	12	4	4	11	11	3	3	10	10	2	2	9	9	1	1	8	8	0	0	7	7		0	5	5
8	0	8	1	1	0	8	2	2	0	8	3	3	0	8	4	4	0	8	5	5	0	8	7	7	0
7	0	0	7	0	1	1	7	0	2	2	7	0	3	3	7	0	4	4	7	0	5	5	5	0	7

On constate qu'il n'y a que **6 litres** que le marchand ne pourra pas livrer.