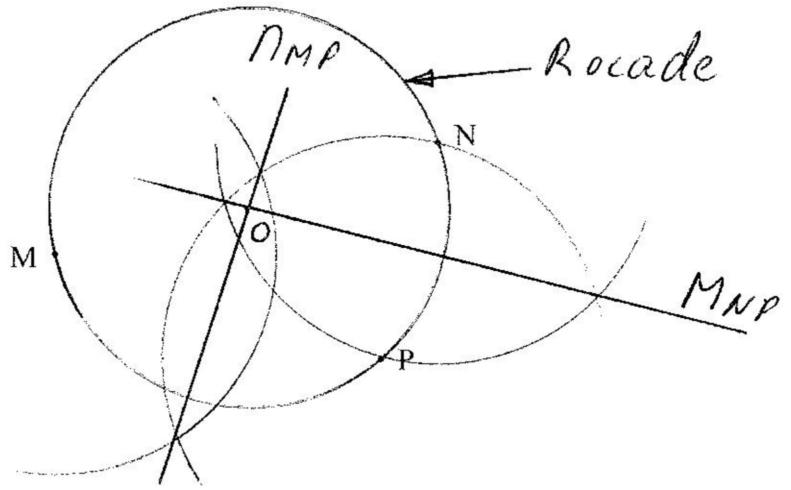
Solutions

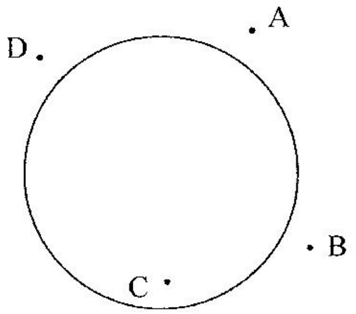
1. Le centre de la rocade appartient à l'intersection des médiatrices des côtés MN, NP et PM. Deux médiatrices suffisent pour trouver le centre de la rocade.

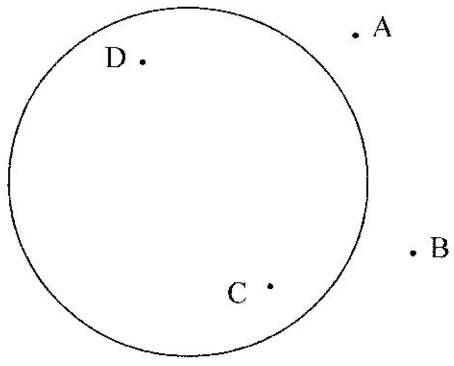


2. Supposons le problème résolu. On dessine une rocade circulaire et les quatre villes. Ces quatre villes ne peuvent pas être toutes à l'extérieur de la rocade ou toutes à l'intérieur de la rocade, sinon elles seraient situées sur un même cercle. Deux cas se présentent alors :

   a) Trois villes sont d'un côté de la rocade et une de l'autre (dessin ci-dessous, à gauche).

   b) Deux villes sont d'un côté de la rocade et deux de l'autre (dessin ci-dessous, à droite).





<u>Cas a</u> : on fait comme s'il n'y avait que trois villes, par exemple, A, B et C. On cherche le centre d'un cercle passant par ces trois villes, grâce aux médiatrices, comme dans l'exercice 1. Appelons O, le centre de ce cercle, et R_1, son rayon. Un 2ème cercle peut être tracé, de centre O et de rayon OD = R_2. La rocade cherchée est centrée en O et son rayon R est égal à la moyenne des rayons R_1 et R_2. Donc, $R = \frac{R_1 + R_2}{2}$.

On fait le même raisonnement avec au départ, le triangle ABD. La même chose encore avec les triangles ACD et BCD. Dans le cas a, il y a 4 rocades possibles.

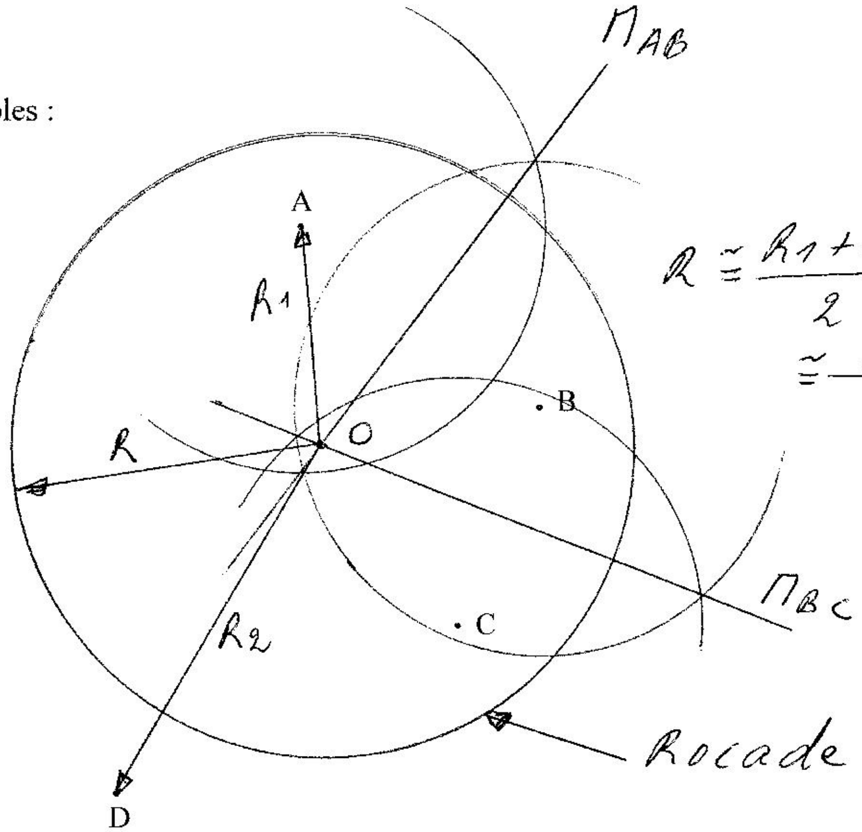
<u>Cas b</u> : on dessine la médiatrice de AB et la médiatrice de CD (AB et CD ne doivent pas être deux segments consécutifs). L'intersection de ces deux médiatrices donne le centre O de la rocade. Le cercle, de centre O, passant par A et B a un rayon R_1. Le cercle, de centre O, passant par C et D a un rayon R_2. Le rayon de la rocade est égal à la moyenne des rayons R_1 et R_2.

On peut faire le même raisonnement avec la paire AC et BD ainsi qu'avec la paire AD et BC. Dans le cas b, il y a 3 rocades possibles.

Cela nous donne un total de **<u>7 rocades</u>** possibles.

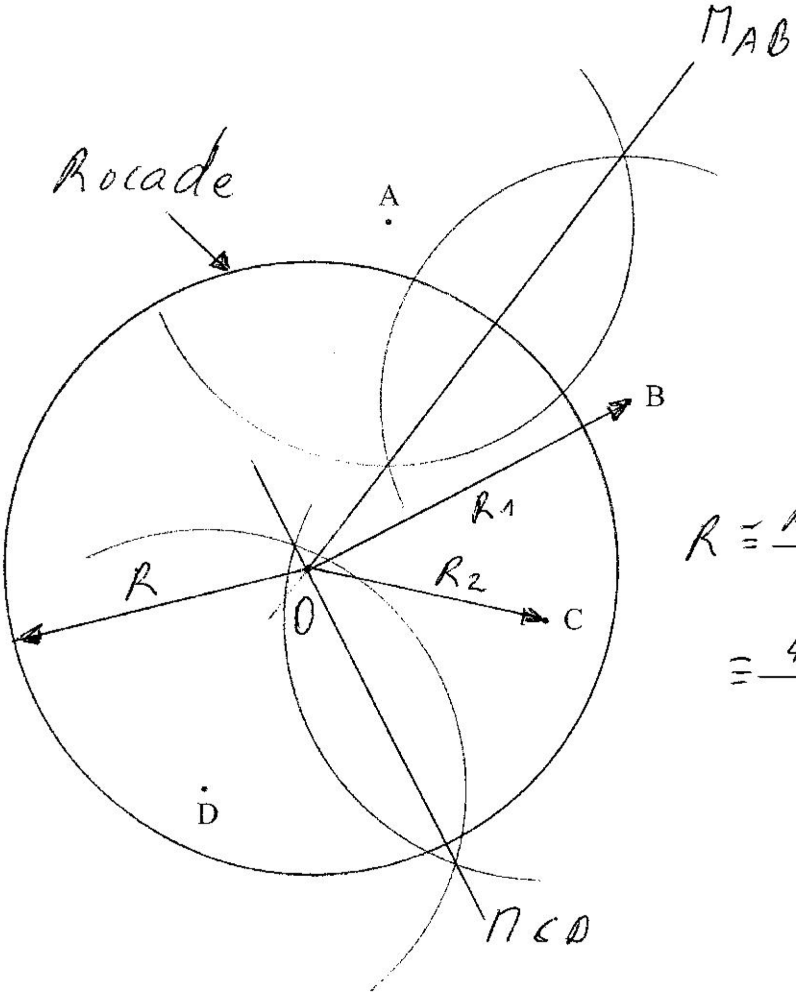
Voici deux exemples :

Cas a →



$$R \cong \frac{R_1 + R_2}{2} = \cong \frac{3 + 5,4}{2} = \cong \underline{4,1\text{ cm}}$$

Cas b →



$$R \cong \frac{R_1 + R_2}{2} = \cong \frac{4,8 + 3,3}{2} = \cong \underline{4\text{ cm}}$$