

51. Les jetons **

Vous êtes assis à une table et on vous a bandé les yeux.

Quelqu'un vous dit alors ceci : « Sur la table, j'ai posé aléatoirement 17 jetons qui ont la particularité d'être noirs d'un côté et blancs de l'autre. Sept jetons ont leur face noire visible et dix présentent leur face blanche. »

Vous devez maintenant, sans enlever le bandeau, faire deux tas avec ces 17 jetons, de manière à ce que les deux tas présentent chacun le même nombre de jetons noirs. Vous avez le droit, bien sûr, de retourner des jetons.

Comment allez-vous faire ?

Solution

Il suffit de faire au hasard un tas de sept jetons et un tas de dix jetons, sans retourner les jetons, puis de retourner tous les jetons du tas de sept jetons, et le tour est joué.

Par la suite, par simplification d'écriture, dire qu'un certain nombre de jetons sont noirs signifie que leur face visible est noire.

Vérifions que ça marche, à l'aide de deux exemples :

Supposons qu'une fois faits vos deux tas, il y ait dans celui de 7 jetons, 2 jetons noirs et 5 jetons blancs. Dans l'autre tas, il y a forcément 5 jetons noirs et 5 jetons blancs. En retournant tous les jetons du tas de 7 jetons, il y a dans ce tas, 2 jetons blancs et 5 jetons noirs. Nous avons bien 5 jetons noirs dans chacun des tas.

Supposons qu'une fois faits vos deux tas, il y ait dans celui de 7 jetons, 5 jetons noirs et 2 jetons blancs. Dans l'autre tas, il y a forcément 2 jetons noirs et 8 jetons blancs. En retournant tous les jetons du tas de 7 jetons, il y a dans ce tas, 5 jetons blancs et 2 jetons noirs. Nous avons bien 2 jetons noirs dans chacun des tas.

Ce jeu peut être généralisé à autant de jetons que voulu. Supposons que l'on ait au départ x jetons dont a noirs et $x - a$ blancs. Séparons les jetons en deux tas.

Le premier tas doit être composé de a jetons (un tas doit absolument compter autant de jetons qu'il y avait de jetons noirs au départ) dont b noirs et $a - b$ blancs. Le second tas sera composé de $x - a$ jetons dont $a - b$ noirs et $x - 2a + b$ blancs $((x - a) - (a - b))$.

En retournant tous les jetons du premier tas, on obtiendra b blancs et $a - b$ noirs.

On aura bien ainsi $a - b$ noirs dans les deux tas.