

#### 45. Le tour de cartes \*\*\*

Ce jeu peut constituer un joli tour de magie.

Considérons un jeu traditionnel de 36 cartes dont les points sont donnés dans le tableau ci-dessous. Ainsi, dans ce jeu, les quatre Valets valent 2 points, les quatre Dames 3 points, les quatre Rois 4 points, les quatre six 6 points, etc.

Cartes	Valets	Dames	Rois	6	7	8	9	10	As
Points	2	3	4	6	7	8	9	10	11

Le jeu consiste, après avoir mélangé les cartes, de prendre les cartes les unes après les autres pour en faire un certain nombre de tas de la manière suivante :

1. On pose une carte (carte a) et on complète ce premier tas par autant de cartes nécessaires pour aller jusqu'à 11. Si  $a = 8$ , On ajoute 3 cartes sur ce 8. Si  $a = \text{As}$ , on n'ajoute aucune carte sur cet as. Si  $a = \text{Valet}$ , on ajoute 9 cartes sur ce Valet. On a ainsi un premier tas de cartes.
2. On fait un 2ème tas en posant une carte (carte b) et on complète ce 2ème tas par autant de cartes nécessaires pour aller jusqu'à 11. On obtient un 2ème tas de cartes.
3. On fait un 3ème tas en posant une carte (carte c) et on complète ce 3ème tas par autant de cartes nécessaires pour aller jusqu'à 11. On obtient un 3ème tas de cartes.
4. On continue toujours ainsi. A un certain moment, en posant une énième carte, on n'arrive plus à aller jusqu'à 11. Ce groupe de cartes ne constitue plus un tas complet. On l'appelle « Reste ».

Voyons un exemple complet :

1. La première carte (carte a) est une Dame (3 points). Il faut rajouter 8 cartes dans ce premier tas qui va compter 9 cartes.
2. La première carte du tas suivant (carte b) est un 9. Il faut rajouter 2 cartes dans ce 2ème tas qui va compter 3 cartes. 12 cartes ont été posées jusqu'à présent ( $9 + 3$ ).
3. La première carte du tas suivant (carte c) est un Roi (4 points). Il faut rajouter 7 cartes dans ce 3ème tas qui va compter 8 cartes. 20 cartes ont été posées jusqu'à présent ( $9 + 3 + 8$ ).
4. La première carte du tas suivant (carte d) est un As (11 points). On n'ajoute aucune carte dans ce 4ème tas. 21 cartes ont été posées jusqu'à présent ( $9 + 3 + 8 + 1$ ).
5. La première carte du tas suivant (carte e) est une Dame (3 points). Il faut rajouter 8 cartes dans ce 5ème tas qui va compter 9 cartes. 30 cartes ont été posées jusqu'à présent ( $9 + 3 + 8 + 1 + 9$ ).
6. La première carte du tas suivant est un valet (2 points). Il n'y a plus assez de cartes pour arriver jusqu'à 11 puisqu'il nous en restait 6 après le 5ème tas. On dit alors que le Reste est égal à 6 et on ne considère pas ce Reste comme un tas.

Bilan : on a réalisé 5 tas et on a un Reste de 6.

Faisons la somme des premières cartes des 5 tas ( $a + b + c + d + e$ ) :  $3 + 9 + 4 + 11 + 3 = 30$ .

C'est ici que les choses deviennent intéressantes. Connaissant le nombre de tas réalisés et le Reste, il est possible de connaître la somme des points des premières cartes des tas, sans avoir vu poser les cartes par un partenaire à qui on a expliqué le jeu.

Si donc notre partenaire nous dit « 5 tas et 6 cartes restantes », on est capable de dire que la somme des points des premières cartes de chaque tas est 30.

Comment deviner la somme des premières cartes de tous les tas, quels que soient le nombre de tas et le nombre de cartes restantes ?

## Solution

A l'aide d'un jeu de cartes, jouons quelques parties et notons les résultats obtenus dans le tableau suivant :

A : Nombre de tas complets

B : Restes

C : Nombre total des points des premières cartes des tas complets

A	5	3	4	4	4	4	5	5	6	6
B	6	6	0	1	2	3	7	0	0	7
C	30	6	12	13	14	15	31	24	36	43

Considérons les couples  $(m ; n)$  dont la première coordonnée correspond au nombre de tas complets et la seconde, au nombre de cartes restantes. On remarque que  $(4 ; 0)$  donne 12 points, que  $(5 ; 0)$  donne 24 points et que  $(6 ; 0)$  donne 36 points.

Il est assez facile de constater que lorsque les Restes sont 0, on trouve le nombre de points en appliquant formule  $12(x - 3)$  où  $x$  représente le nombre de tas complets.

Les couples  $(4 ; 1)$ ,  $(4 ; 2)$  et  $(4 ; 3)$  nous montrent qu'à la formule précédente, il suffit d'ajouter le Reste pour trouver la solution générale.

On a donc la formule générale à notre problème :  **$12(x - 3) + R$** .