

31. Le plus grand produit * ** ***

Pour chaque exercice qui suit, un certain nombre de chiffres vous sont donnés. Vous ne pouvez les utiliser qu'une seule fois. Il s'agit à chaque fois de former avec ces chiffres deux nombres dont le produit est le plus grand possible.

- a) Nombres disponibles : 1, 2, 3 et 4.
- b) Nombres disponibles : 1, 2, 3, 4 et 5.
- c) Nombres disponibles : 7, 9, 8, 2, 8 et 4.
- d) Nombres disponibles : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9.
- e) Nombres disponibles : 4, 8, 9, 2, 7, 5, 4, 4, 6, 7 et 9.

Cherchez les solutions des trois premiers exercices par essais successifs. Ensuite, une observation minutieuse des solutions devrait pouvoir vous faire découvrir une méthode vous permettant de résoudre tous les problèmes du même type, quel que soit le nombre de chiffres donnés au départ. J'ai découvert cette méthode durant l'hiver 2013-2014. Mon ami Gérard Charrière m'a donné ensuite la preuve mathématique – pas évidente – de sa justesse.

Solutions

- a) Quelques essais suffisent à nous convaincre que les deux nombres sont **41** et **32**. En effet, $41 \cdot 32 = 1312$, tandis que $42 \cdot 31 = 1302$.
- b) Ici aussi, nous pouvons nous contenter de faire quelques essais pour se convaincre que les deux nombres sont **431** et **52** dont le produit donne 22412.
- c) Les deux nombres cherchés sont **972** et **884**. Leur produit donne 859'248.

Illustrons la méthode qui va nous permettre de trouver aisément les solutions, quel que soit le nombre de chiffres donnés au départ, avec l'exercice c.

Classons d'abord les chiffres donnés dans un ordre décroissant : 9, 8, 8, 7, 4 et 2. Appelons x, l'un des nombres cherchés et y, l'autre nombre. Mettons les deux plus grands chiffres de notre liste décroissante dans la colonne a. On a choisi arbitrairement de mettre le 9 dans la ligne x. Les deux prochains chiffres de notre liste (8 et 7) doivent être mis dans la colonne b, le plus grand à côté du plus petit de la colonne a.

	a	b	c
x	9	7	
y	8	8	

On a maintenant deux nombres : 97 et 88. Les deux prochains chiffres de notre liste (4 et 2) doivent être mis dans la colonne c, le plus grand (4) à côté du plus petit nombre formé jusqu'ici, donc à côté de 88. On a alors les nombres 972 et 884. Si le nombre de chiffres au départ est impair, on ajoute le chiffre 0 qui sera éliminé à la fin.

	a	b	c
x	9	7	2
y	8	8	4

- d) Classons notre liste dans l'ordre décroissant et ajoutons un 0 pour avoir un nombre pair de chiffres : 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 et 0. Les deux plus grands chiffres vont dans la colonne a. Le 7 va obligatoirement à côté du 8. Le 5 doit aller à côté de 87 ($87 < 96$). La suite se complète aisément. Les nombres cherchés sont **87531** et **9642**.

	a	b	c	d	e
x	9	6	4	2	0
y	8	7	5	3	1

- e) Ordre décroissant : 9, 9, 8, 7, 7, 6, 5, 4, 4, 4, 2 et 0. Les nombres cherchés sont **977'542** et **98'644**.

x	9	7	7	5	4	2
y	9	8	6	4	4	0