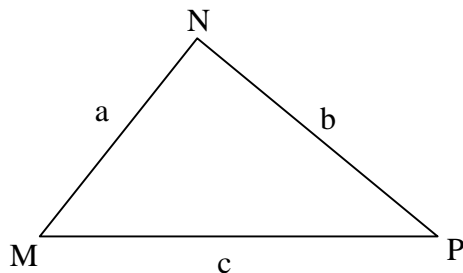


## 27. Le panneau triangulaire \*\* \*\*\*

Le panneau triangulaire (MNP) suivant a été posé à l'entrée d'une immense exposition.

a) Calculez la valeur numérique demandée.



Lorsque  $a = 10$  m,  $b = 17$  m et  $c = 21$  m, calculez la valeur numérique de l'expression suivante :

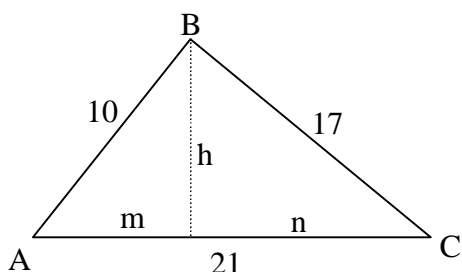
$$\frac{1}{4}\sqrt{(a+b+c)(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)}$$

b) Quelle est l'aire du panneau ?

### Solutions

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{1}{4}\sqrt{(10+17+21)(-10+17+21)(10-17+21)(10+17-21)} &= \frac{1}{4}\sqrt{48 \cdot 28 \cdot 14 \cdot 6} = \frac{1}{4}\sqrt{112896\text{m}^4} \\ &= \frac{1}{4} \cdot 336\text{m}^2 = \underline{\underline{84\text{ m}^2}}. \end{aligned}$$

b) Pour calculer l'aire du triangle, divisons le panneau comme indiqué sur le croquis suivant :



Par Pythagore, on a :

$$(1) m^2 + h^2 = 10^2 = 100 \text{ et } (2) n^2 + h^2 = 17^2 = 289.$$

$$\text{De plus, } (3) m + n = 21.$$

$$\text{De } (3) \Rightarrow m = 21 - n.$$

$$\text{De } (2) \Rightarrow h^2 = 289 - n^2.$$

$$(1) \text{ devient } 441 - 42n + n^2 + 289 - n^2 = 100 \Rightarrow n = 15. \text{ Alors } m = 6 \text{ et } h = 8.$$

$$\text{Aire du triangle : } \frac{21 \cdot 8}{2} = \underline{\underline{84\text{ m}^2}}.$$

(a) et (b) ont la même solution et ce n'est pas du hasard. En effet, la formule donnée dans l'exercice (a) permet de calculer l'aire d'un triangle quelconque lorsque l'on connaît ses 3 côtés. Cette formule n'est quasiment jamais utilisée et pourtant elle est bien belle.

Notons que si  $p = \frac{a+b+c}{2}$  (demi-périmètre du panneau), alors cette formule devient  $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$  (formule de Héron d'Alexandrie). Héron d'Alexandrie est un mathématicien grec ayant vécu au 1er siècle après J.-C. Cette formule lui a été attribuée même si c'est vraisemblablement Archimède (3ème siècle avant J.-C) qui l'a découverte.