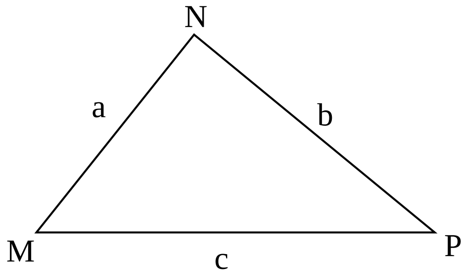
27. Le panneau triangulaire ** ***

Le panneau triangulaire (MNP) suivant a été posé à l'entrée d'une immense exposition.

a) Calculez la valeur numérique demandée.



Lorsque a = 10 m, b = 17 m et c = 21 m, calculez la valeur numérique de l'expression suivante :

$$\frac{1}{4}\sqrt{(a+b+c)(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)}$$

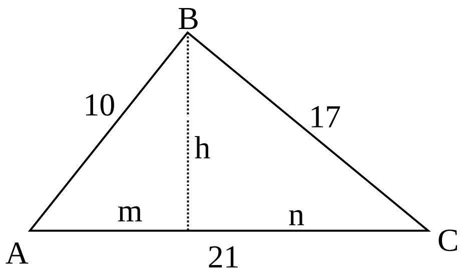
b) Quelle est l'aire du panneau ?

Solutions

a) $\frac{1}{4}\sqrt{(10+17+21)(-10+17+21)(10-17+21)(10+17-21)} = \frac{1}{4}\sqrt{48\cdot 28\cdot 14\cdot 6} = \frac{1}{4}\sqrt{112896\,\text{m}^4}$

$= \frac{1}{4}\cdot 336\,\text{m}^2 = \underline{\mathbf{84\ m^2}}$.

b) Pour calculer l'aire du triangle, divisons le panneau comme indiqué sur le croquis suivant :



Par Pythagore, on a :

(1) $m^2 + h^2 = 10^2 = 100$ et (2) $n^2 + h^2 = 17^2 = 289$.

De plus, (3) $m + n = 21$.

De (3) $\Rightarrow m = 21 - n$.

De (2) $\Rightarrow h^2 = 289 - n^2$.

(1) devient $441 - 42n + n^2 + 289 - n^2 = 100 \Rightarrow n = 15$. Alors $m = 6$ et $h = 8$.

Aire du triangle : $\frac{21\cdot 8}{2} = \underline{\mathbf{84\ m^2}}$.

(a) et (b) ont la même solution et ce n'est pas du hasard. En effet, la formule donnée dans l'exercice (a) permet de calculer l'aire d'un triangle quelconque lorsque l'on connaît ses 3 côtés. Cette formule n'est quasiment jamais utilisée et pourtant elle est bien belle.

Notons que si $p = \frac{a+b+c}{2}$ (demi-périmètre du panneau), alors cette formule devient $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ (formule de Héron d'Alexandrie). Héron d'Alexandrie est un mathématicien grec ayant vécu au 1er siècle après J.-C. Cette formule lui a été attribuée même si c'est vraisemblablement Archimède (3ème siècle avant J.-C) qui l'a découverte.