

202. Les peintres ** *** *****

Un patron est chargé de peindre les numéros des places réservées aux voitures dans trois parkings. Il met deux personnes dans chaque parking pour effectuer ce travail. L'une d'elle doit commencer par peindre le numéro 1 puis les numéros 2, 3, 4, etc. L'autre doit commencer par le plus grand numéro, puis il doit peindre l'avant-dernier numéro puis celui qui précède l'avant-dernier, etc. Les deux peintres travaillent toujours en même temps. A la fin de leur tâche, le patron a constaté avec étonnement que tous les peintres avaient peint un nombre entier de places.

- a) Le 1^{er} parking contenait 102 places. Pendant que l'un des ouvriers peignait 1 chiffre, l'autre en peignait aussi 1. Cyril a commencé par peindre le numéro 1.
Combien de places a peintes Cyril ?
- b) Selon le patron, le 2^e parking contenait 148 ou 149 places. Pendant que l'apprentie Agathe peignait 1 chiffre, Maéva en peignait 2. Agathe a commencé par peindre le numéro 1.
Quel est le plus grand numéro peint par Agathe ?
- c) Jacques et Grégoire s'occupèrent du 3^e parking. Pendant que Jacques peignait 3 chiffres, Grégoire en peignait 4. Jacques commença par le plus petit numéro 1 et Grégoire par le plus grand numéro, un numéro à 3 chiffres. A la fin du travail, le patron constata qu'ils avaient peint le même nombre de places.
Combien y a-t-il de places dans ce parking ?

Solutions

- a) Nombre de places de 10 à 99 = $99 - 9 = 90$. Nombre de chiffres de 9 à 99 = $2 \cdot 90 = 180$.
Nombre de chiffres dans 102 places = $9 + 180 + 3 \cdot 3 = 198$.
Les deux peintres ont donc peint 99 chiffres chacun.
Nombre de numéros à deux chiffres peints par Cyril = $(99 - 9) : 2 = 45$.
Nombre de places peintes par Cyril = $9 + 45 = \underline{54}$.
Cyril a peint les 9 premiers numéros (9 chiffres) plus les 45 numéros suivants (90 chiffres)
- b) Nombre de chiffres dans 148 places = $9 + 180 + 3 \cdot 49 = 336$.
Soit a, le nombre de chiffres peints par Agathe. Alors, 2a est le nombre de chiffres peints par Maéva. Nombre de chiffres peints par les deux filles = 3a.
Nombre de chiffres peints par Agathe = $336 : 3 = 112$. Comme de 1 à 99, il y a 189 chiffres, on est certain que le plus grand numéro peint par Agathe est un numéro à deux chiffres. On sait aussi que tous les peintres ont peint un nombre entier de places.
Dans le tableau suivant, A représente le plus grand numéro peint par Agathe et B désigne le nombre de chiffres peints par Agathe. Pour les numéros allant de 10 à 99, le nombre de chiffres est toujours impair, donc il ne peut pas être 112. Alors, le 2^e parking contenait 149 places.

A	10	11	12	13	...
B	11	13	15	17	...

- Nombre de chiffres dans 149 places = $9 + 180 + 3 \cdot 49 = 339$.
Nombre de chiffres peints par Agathe = $339 : 3 = 113$.
Plus grand numéro peint par Agathe = $(113 - 9) : 2 = \underline{52}$.
- c) Soit n le numéro de la place atteinte par Jacques. Dans ce cas, n est aussi le nombre de places peintes par chacun et 2n est le premier numéro (le plus grand) peint par Grégoire.
Comme Grégoire peint 4 chiffres pendant que Jacques en peint 3, on sait que 4 fois le nombre de chiffres peints par Jacques est égal à 3 fois le nombre de chiffres peints par Grégoire (*).
Si n est un nombre à deux chiffres, on a :
Nombre de chiffres peints par Jacques = $9 + 2 \cdot (n - 9) = 2n - 9$.
Nombre de chiffres peints par Grégoire = $2(99 - n) + 3(2n - 99) = 4n - 99$.
Selon (*), on obtient $4(2n - 9) = 3(4n - 99) \Rightarrow 4n = 261$. Dans ce cas, n n'est pas un nombre en-

tier, alors n n'est pas un nombre à deux chiffres.

Comme n est un nombre à trois chiffres, on a :

Nombre de chiffres peints par Jacques : $9 + 2 \cdot 90 + 3(n - 99) = 3n - 108$.

Nombre de chiffres peints par Grégoire : $3n$.

Selon (*), on obtient $4(3n - 108) = 3 \cdot 3n \Rightarrow 3n = 432 \Rightarrow n = 144$.

Nombre de places dans le parking = $2n = \underline{\underline{288}}$.

Augustin Genoud