

201. Les joueurs de ping-pong ** *** ****

Aloïs et son épouse Anna invitent régulièrement des couples d'amis pour jouer au ping-pong. Les règles sont toujours les mêmes : un homme ne joue jamais contre son épouse et aucune personne ne joue plus d'une fois contre le même adversaire.

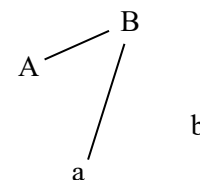
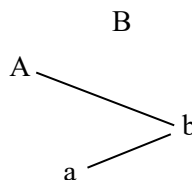
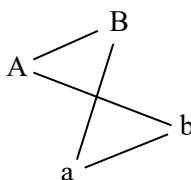
- Le 3 juin, deux couples se sont affrontés. Aloïs a remarqué que les trois autres personnes ont joué un nombre différent de parties.
Quel est le nombre de parties jouées par Aloïs ?
- Le 7 juin, trois couples se sont affrontés. Aloïs a constaté que les cinq autres personnes ont joué un nombre différent de parties.
Quel est le nombre de parties jouées par Anna ?
- Le 15 juin, quatre couples se sont affrontés. Aloïs a noté que les sept autres personnes ont joué un nombre différent de parties.
Quel est le nombre de parties jouées par Aloïs ?

Solutions

Les couples seront désignés par (A, a), (B, b), (C, c), etc. A = Aloïs et a = Anna.

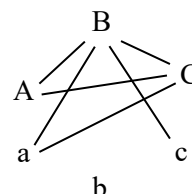
- Une petite recherche, à l'aide de croquis, nous montre qu'Aloïs a forcément joué **1 seule partie**.

Le croquis de gauche nous présente les 4 parties possibles respectant les règles du jeu. Les deux autres croquis nous montrent les seules parties possibles lorsque a, b et B (les trois autres personnes) ont joué un nombre différent de parties.



- Selon les règles du jeu, personne ne peut jouer plus de 4 parties. Les cinq autres personnes sont a, B, b, C et c. Comme elles ont joué un nombre différent de parties, l'une n'a pas joué, une autre a joué 1 fois, une autre a joué 2 fois, une autre a joué 3 fois et la dernière a joué 4 fois.

Supposons que la personne qui a joué 4 fois soit B. Alors, celle qui n'a pas joué est forcément b. Supposons que la personne qui a joué 3 fois soit C. Alors, celle qui n'a joué qu'une seule fois est forcément c. Toutes les conditions sont maintenant remplies et on constate qu'Anna et son époux ont joué **2 parties**.



Remarquons encore que le nombre de parties par couples donne ceci : (4, 0), (3, 1), (2, 2). Si Aloïs avait joué 4 fois, les cinq autres personnes auraient joué 0, 3, 1, 2 et 2 fois, ce qui signifie que deux joueurs parmi les cinq autres personnes auraient joué 2 fois, ce qui est interdit.

- Personne ne peut jouer plus de 6 parties. Les sept autres personnes vont donc se partager tous les nombres de parties allant de 0 à 6.

Le nombre de parties par couples donne ceci : (6, 0), (5, 1), (4, 2), (3, 3). Les sept autres personnes ne peuvent avoir joué un nombre différent de parties qui si Aloïs a joué **3 parties**.

Voici un croquis possible des parties (c a joué 6 fois, d 5 fois, B 4 fois et Anna 3 fois).

