

### 199. Les vingt-cinq dessins \*\*\* \*\*\*\*\*

Un professeur de mathématiques se rend dans une salle d'informatique avec ses élèves. Là, il leur dit ceci : « Nous avons tous devant nous la même feuille contenant 25 dessins, tous distincts. Sur la mienne, j'ai noté sur chaque dessin un numéro différent allant de 1 à 25. Lorsque vous ouvrirez votre ordinateur, vous obtiendrez une page contenant cinq cases. Dans ces cinq cases, vous devez inscrire un seul nombre entre 1 et 25. Une fois cela effectué, vous verrez apparaître sur votre écran cinq dessins sans les numéros que je leur ai attribués et pas nécessairement dans l'ordre où vous avez inscrit les numéros dans les cinq cases. Par exemple, si à la première étape vous avez inscrit dans cet ordre une fois le nombre 17, puis deux fois le nombre 13, puis une fois le nombre 7 et enfin une fois le nombre 20, vous verrez apparaître les dessins correspondants à ces nombres dans un ordre quelconque. Vous repérerez le dessin n°13 qui est le seul à être en deux exemplaires et vous ne pourrez pas dire à ce stade quels sont les dessins n° 7, 17 et 20.

En tapant sur la touche "Delete", vous obtiendrez une nouvelle page contenant cinq cases et vous pourrez effectuer une 2<sup>e</sup> étape, de la même manière que la première. Elle pourra être suivie d'autant d'étapes que vous le souhaitez. Si vous éteignez votre ordinateur, vous ne pouvez plus recommencer cet exercice.

Vous pouvez noter ce que vous voulez sur votre feuille, en soulignant les numéros que vous aurez identifiés, c'est-à-dire qui correspondent aux numéros que j'ai attribués à chaque dessin. »

- Combien de dessins peuvent être identifiés, au maximum, après deux étapes ?
- Le lendemain, le professeur recommence le même exercice.  
Combien de dessins peuvent être identifiés, au maximum, après trois étapes ?
- Le surlendemain, le professeur recommence à nouveau le même exercice.  
Combien de dessins peuvent être identifiés, au maximum, après sept étapes ?
- Trois jours après, le professeur pose enfin l'ultime question.  
Combien faut-il d'étapes, au minimum, pour identifier la totalité des 25 dessins ?

### Solutions

Dans les tableaux suivants, les numéros inscrits dans les cases de l'écran sont notés dans les colonnes se trouvant à droite des étapes.

Dans la première colonne, on trouve les numéros des dessins identifiés.

- Nombres inscrits à la 1<sup>ère</sup> étape : 1, 1, 2, 2 et 3. Le dessin n° 3 est identifié.  
Nombres inscrits à la 2<sup>e</sup> étape : 1, 3, 4, 4 et 5. Le dessin n° 4 est identifié. Le dessin apparu une fois à la 2<sup>e</sup> étape et deux fois à la 1<sup>ère</sup> étape est le n° 1. Le dessin non encore identifié sur l'écran ne peut être que le n° 5. Le dessin apparu deux fois à la 1<sup>ère</sup> étape est forcément le n° 2.

|            |                        |      |      |   |      |   |
|------------|------------------------|------|------|---|------|---|
| 3          | 1 <sup>ère</sup> étape | 1, 1 | 2, 2 | 3 |      |   |
| 4, 1, 5, 2 | 2 <sup>e</sup> étape   | 1    |      | 3 | 4, 4 | 5 |

Après deux étapes, il est possible d'identifier, au maximum, **5 dessins**.

- Nombres inscrits à la 1<sup>ère</sup> étape : 1, 1, 2, 3 et 4. Le dessin n° 1 est identifié. Sur la feuille reçue, on peut noter 2 ou 3 ou 4 sur chacun des trois autres dessins.  
Nombres inscrits à la 2<sup>e</sup> étape : 2, 5, 5, 6 et 7. Le dessin n° 2 est identifié car c'est le seul qui est apparu aux deux premières étapes. Le dessin n° 5 est identifié.  
Nombres inscrits à la 3<sup>e</sup> étape : 3, 6, 8, 8 et 9. Le dessin n° 3 est identifié car c'est le seul qui est apparu à la 1<sup>ère</sup> et à la 3<sup>e</sup> étape. Le dernier dessin non identifié de la 1<sup>ère</sup> étape est forcément le n° 4. Le dessin n° 8 est identifié. Le dessin n° 6 est identifié, c'est le seul qui est apparu à la 2<sup>e</sup> et à la 3<sup>e</sup> étape. Le dernier dessin non identifié à la 2<sup>e</sup> étape est forcément le n° 7. Le dernier dessin non identifié de la 3<sup>e</sup> étape est forcément le n° 9.

|                  |                        |      |   |   |   |      |   |   |      |   |
|------------------|------------------------|------|---|---|---|------|---|---|------|---|
| 1                | 1 <sup>ère</sup> étape | 1, 1 | 2 | 3 | 4 |      |   |   |      |   |
| 2, 5             | 2 <sup>e</sup> étape   |      | 2 |   |   | 5, 5 | 6 | 7 |      |   |
| 3, 4, 8, 6, 7, 9 | 3 <sup>e</sup> étape   |      |   | 3 |   |      | 6 |   | 8, 8 | 9 |

Après trois étapes, il est possible d'identifier, au maximum, **9 dessins**.

- c) D'après le tableau suivant et selon les stratégies vues auparavant, on constate que l'on peut identifier, au maximum, 12 dessins en quatre étapes.

|               |                        |      |   |   |   |      |   |   |   |      |    |        |    |
|---------------|------------------------|------|---|---|---|------|---|---|---|------|----|--------|----|
| 1             | 1 <sup>ère</sup> étape | 1, 1 | 2 | 3 | 4 |      |   |   |   |      |    |        |    |
| 2, 5          | 2 <sup>e</sup> étape   |      | 2 |   |   | 5, 5 | 6 | 7 |   |      |    |        |    |
| 3, 4, 6, 7, 9 | 3 <sup>e</sup> étape   |      |   | 3 |   |      | 6 |   | 8 | 9, 9 | 10 |        |    |
| 8, 10, 11, 12 | 4 <sup>e</sup> étape   | 1    |   |   |   |      |   |   | 8 |      |    | 11, 11 | 12 |

En quatre étapes, on peut identifier, au maximum, 12 dessins. En trois étapes, selon le point b), on peut identifier, au maximum, 9 dessins. Alors, en sept étapes, on peut identifier, au maximum, **21 dessins**.

- d) En quatre étapes, on peut identifier, au maximum, 12 dessins. Alors, en huit étapes, on peut identifier 24 dessins (numéros 1 à 12 puis numéros 13 à 24). Le dessin non encore identifié est forcément le n° 25.

Nombre minimum d'étapes pour identifier tous les dessins = **8**.

Augustin Genoud