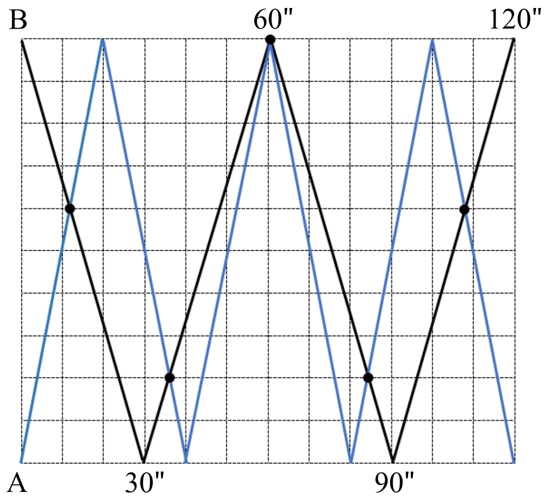
197. Les nageurs ** *** ****

Une piscine rectangulaire est régulièrement utilisée par des nageurs qui font des allers-retours sans s'arrêter et sans changer de vitesse. Ils démarrent toujours en même temps, chacun d'un bord opposé de la piscine.

- Un jour, Apolline a effectué chaque traversée en 20 secondes et Berthe les a faites en 30 secondes. Elles ont nagé pendant 6 minutes.
  a) Après combien de temps se sont-elles retrouvées pour la première fois au même bord de la piscine ?
  b) Combien de fois se sont-elles croisées (ou doublées) ?
  c) Après combien de temps se sont-elles croisées lors de leur première traversée ?
- Un autre jour, Charly a effectué chaque traversée en 15 secondes et Dave les a faites en 36 secondes. Ils ont nagé pendant 12 minutes.
  d) Combien de fois se sont-ils croisés (ou doublés) ?
  e) Combien de temps, au dixième de seconde près, ont-ils mis entre le 3^{e} et le 4^{e} croisement ?

Solutions

A = Apolline, B = Berthe, C = Charly et D = Dave.



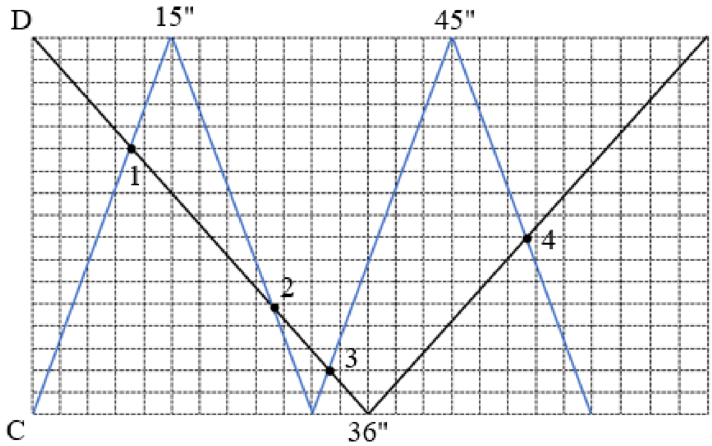
a) Utilisons une grille. Chaque carreau horizontal représente 10 secondes. Les nageuses se sont retrouvées pour la première fois au même bord après **60 secondes**.

b) On voit sur le croquis que les nageuses se retrouvent chacune à l'endroit de leur départ après 2 minutes et qu'elles se sont croisées (ou doublées) 5 fois pendant ce temps-là. Le même schéma va se répéter deux fois par la suite (de 120" à 240" et de 240" à 360"). Cela signifie qu'elles se sont croisées (ou doublées) **15 fois** pendant 6 minutes.

c) Admettons que chaque carreau vertical de notre grille correspond à 1 mètre. Etant donné que $\frac{20}{30} = \frac{2}{3}$, lorsque B avance de 2 m, A progresse de 3 m. Lors de la première traversée, B a avancé de 4 m avant de croiser A. B met 30" pour effectuer 10 m, alors elle met 12 secondes pour avancer de 4 m.
A et B se sont croisés pour la 1$^{\text{ère}}$ fois après **12 secondes**.

d) Celui qui se déplace le plus rapidement ne peut croiser le plus lent qu'une seule fois, au maximum, lors de chaque traversée. Si la rencontre a lieu au bord de la piscine, le plus rapide n'a pas pu croiser le plus lent lors de la traversée qu'il vient de faire et il ne croisera pas le plus lent lors la traversée qu'il va effectuer.
Nombre de traversées réalisées par le plus rapide en 12 minutes = 720 : 15 = 48.
Le plus petit multiple commun de 15" et 36" est 180".
En 180", C effectue 12 traversées et se retrouve à son point de départ, alors que D en accomplit 5 et se retrouve du côté opposé de son point de départ. Cela signifie que C double son ami à ce moment-là. Donc, après 3 minutes, C et D sont au même bord de la piscine. Après 6 minutes, ils sont à des bords opposés. Après 9 minutes, ils sont au même bord. Après 12 minutes, ils sont à des bords opposés. A total, C et D sont au même bord à deux occasions.
Nombre de croisements (ou doublements) = Nombre de traversées réalisées par le plus rapide moins les deux fois où le plus rapide a doublé le plus lent = 48 – 2 = **46**.

e) Le 3^e croisement est noté 3 sur le croquis ci-contre et le 4^e croisement est noté 4. Il est évident, selon le croquis, que Charly et Dave ont effectué, à eux deux, deux fois la traversée de la piscine depuis le 3^e croisement jusqu'au 4^e croisement. Admettons que chaque carreau vertical de notre grille correspond à 1 mètre. Etant donné que $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$, lorsque Dave avance de 5 m, Charly progresse de 12 m.



Lors de la première traversée, Dave a avancé de 5 m avant de croiser Charly. Dave met 36" pour effectuer 17 m, alors il met 180/17 secondes pour avancer de 5 m. Donc, une traversée, à eux deux, se fait en 180/7 secondes.

Temps mis pour aller du point 3 au point 4 = $2 \cdot \frac{180}{17}$ = **<u>21,2 secondes</u>**.

Augustin Genoud