

Les deux défis ***

Un professeur de mathématiques veut récompenser 6 élèves pour leur excellent travail effectué pendant une année scolaire. Il leur annonce qu'il offrira à chacun un billet pour un concert s'ils sont capables de relever demain deux défis.

« Les défis se dérouleront dans cette salle, à quelques minutes d'intervalles, et débiteront de la même manière. Je vous banderai les yeux et poserai sur la tête de chacun un chapeau pointu, bleu ou rouge. Après, vous pourrez enlever votre bandeau. Vous verrez alors ce que feront vos camarades, mais vous verrez jamais votre chapeau. Pour relever ces défis, il vous sera interdit de parler et de faire des signes particuliers. Cependant, d'ici à demain, il vous est possible d'élaborer des stratégies. »

- a) « Premier défi : Sans bouger de votre place, certains d'entre vous devront ôter leur chapeau (groupe A) tandis que les autres le conserveront (groupe B). C'est tout ce que vous pourrez faire. Ce premier défi sera gagné si aucun élève du groupe A n'aura un chapeau de la même couleur qu'un élève du groupe B. »

Quelle stratégie permettra aux élèves de gagner ce premier défi ?

- a) « Second défi : Sans ôter vos chapeaux jusqu'à la fin du défi, vous devrez vous mettre sur une ligne droite que j'aurai préalablement tracée. Après s'être déplacé, aucun d'entre vous ne pourra plus changer de position par rapport à ses camarades. Ensuite, je veux pouvoir vous partager en deux groupes, ceux qui sont devant (groupe M) et ceux qui sont derrière (groupe N). Ce second défi sera gagné si aucun élève du groupe M n'aura un chapeau de la même couleur qu'un élève du groupe N. »

Quelle stratégie permettra aux élèves de gagner ce second défi ?

Question subsidiaire : une fois installés sur la ligne, combien d'élèves ne pourront pas connaître la couleur de leur chapeau ?

Solutions

Les solutions données ne sont certainement pas les seules possibles.

Afin de distinguer les élèves on notera, par exemple, 1R = 1^{er} élève, chapeau rouge ; 3B = 3^e élève, chapeau bleu.

- a) Prenons 3 exemples.

1 ^{er} cas	1R	2R	3B	4R	5B	6R
2 ^e cas	1B	2B	3R	4R	5B	6R
3 ^e cas	1B	2B	3B	4B	5R	6B

1^{er} cas : tous ceux qui ont un chapeau rouge voient 3 chapeaux rouges et 2 chapeaux bleus ; tous ceux qui ont un chapeau bleu voient 4 chapeaux rouges et 1 chapeau bleu.

2^e cas : tous ceux qui ont un chapeau rouge voient 2 chapeaux rouges et 3 chapeaux bleus ; tous ceux qui ont un chapeau bleu voient 3 chapeaux rouges et 2 chapeaux bleus.

3^e cas : celui qui a un chapeau rouge voit 0 chapeau rouge et 5 chapeaux bleus ; tous ceux qui ont un chapeau bleu voient 1 chapeau rouge et 4 chapeaux bleus.

Stratégie : **tous ceux qui voient un nombre pair de chapeaux rouges enlèvent leur chapeau et tous les autres le gardent.** Dans le 1^{er} cas, ce sont les numéros 3 et 5 qui enlèvent leur chapeau bleu ; dans le 2^e cas, ce sont les numéros 3, 4 et 6 qui enlèvent leur chapeau rouge ; dans le 3^e cas, c'est le numéro 5 qui enlève son chapeau rouge.

- b) **Les élèves se déplaceront les uns après les autres en s'installant, si possible, entre deux élèves portant des chapeaux de couleur différente, mais jamais entre deux élèves portant des chapeaux de même couleur.**

Voici un exemple : 1R, 2R, 3B, 4R, 5B, 6B.

2R se déplace le 1^{er}. Il est suivi de 4R, puis de 3B qui ne peut pas se placer entre 2R et 4R.

Position possible sur la ligne : 2R, 4R, 3B. 2R et 4R savent que la couleur de leur chapeau est

identique car 3B ne s'est pas mis entre eux et, voyant la couleur du chapeau de 3B, ils savent qu'ils ont un chapeau rouge.

6B se déplace maintenant, il doit aller entre 4R et 3B : 2R, 4R, 6B, 3B. Alors, 3B sait qu'il a un chapeau bleu car il voit que 4R a un chapeau rouge.

1R se déplace maintenant, il doit aller entre 4R et 6B : 2R, 4R, 1R, 6B, 3B. 6B sait qu'il a un chapeau bleu.

5B, le dernier à se déplacer, doit aller entre 1R et 6B : 2R, 4R, 1R, 5B, 6B, 3B. Le défi est réussi et 1R sait qu'il a un chapeau rouge. Seul 1 élève (5B) ne peut pas connaître la couleur de son chapeau (il s'agit toujours du dernier élève qui s'est déplacé).