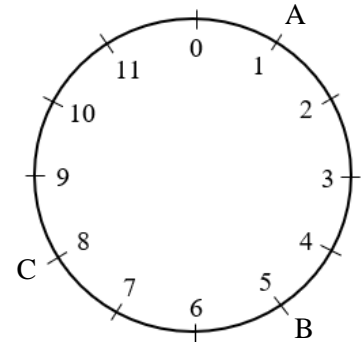


**173. Les robots \* \*\* \*\*\*\* \*\*\*\*\***

Didier joue avec trois robots télécommandés (A, B et C) sur une piste circulaire mesurant 12 mètres. Quand il appuie sur le bouton « Départ », les robots se déplacent sur la piste à la vitesse de 1 mètre par minute. Lorsqu'un robot rencontre un autre robot, il opère immédiatement un demi-tour et continue à se déplacer.

Note : par la suite, le mot écart désignera toujours une distance mesurée sur la piste.



- Didier a placé A au point 1, B au point 5 et C au point 8, comme indiqué sur le croquis ci-contre où chaque écart entre deux points consécutifs vaut 1 mètre.

Didier appuie sur « Départ ». Il constate que A part en direction du point 0, que B va vers le point 4 et que C se dirige vers le point 9.

- Sur quel point se trouvera A après 4 minutes ?
  - Après combien de temps, au minimum, y aura-t-il 2 mètres d'écart entre B et C ?
  - Après combien de temps, au minimum, chaque robot se retrouvera-il à la même place qu'au départ.
  - Sur quel point se trouvera C après 126 minutes ?
- Un moment plus tard, Didier programme ses robots pour qu'ils puissent, au départ, aller arbitrairement dans l'un ou l'autre sens. Il remet A au point 1, B au point 5 et C au point 8, puis il appuie sur « Départ ».
    - Quel sera le plus grand écart entre deux robots consécutifs après 90 minutes de déplacement ?

**Solutions**

Pour répondre aux trois premières questions, construisons un tableau dans lequel le temps t est donné en minutes. Après 2 minutes, A est au point 11, B au point 3 et C au point 10. 30 secondes plus tard (t = 2,5), A et C se rencontrent et opèrent un demi-tour. 30 secondes plus tard (t = 3), A est au point 11, B au point 2 et C au point 10.

t	0	1	2	2,5	3	4	5	6	7	7,5	8	9	10	11	12	13	14
A	1	0	11	10,5	11	0	0	11	10	9,5	9	8	7	7	8	9	10
B	5	4	3	2,5	2	1	1	2	3	3,5	4	4	3	2	1	0	11
C	8	9	10	10,5	10	9	8	7	6	5,5	5	5	6	6	5	4	3

- A sera au **point 0** après 4 minutes.
- Il y a aura 2 mètres d'écart entre B et C après **7 minutes et demie**.
- A la 12e minute, les trois places occupées sont les mêmes qu'au temps 0, mais pas avec les mêmes robots qu'au départ. A la 13e minute, les trois places occupées sont les mêmes qu'au temps 1, mais pas avec les mêmes robots qu'au temps 1. En poursuivant le même raisonnement (il est aussi possible de continuer le tableau si l'on n'est pas convaincu), on remarque qu'à la 24e minute, les trois places occupées sont les mêmes qu'au temps 0, mais pas avec les mêmes robots qu'au temps 0 ni qu'au temps 12 et que chaque robot se retrouvera à la même place qu'au départ après **36 minutes**.
- Etant donné ce qui a été vu au point c), on peut établir les positions de C pour chaque minute allant de 0 à 35. Puis le cycle se répétera indéfiniment. Comme  $126 = 3 \cdot 36 + 18$ , alors à la 126e minute, la position de C sera la même qu'à la 18e minute, soit au **point 2**.

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
C	8	9	10	10	9	8	7	6	5	5	6	6

t	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
C	5	4	3	2	1	1	2	3	4	4	3	2

t	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
C	1	0	11	11	0	0	11	10	9	8	7	7

- e) Imaginons que les robots aient des couleurs différentes : rouge pour A, bleu pour B et vert pour C. Admettons que chaque fois qu'un robot rencontre un autre robot, ils échangent leur couleur. Cela a pour conséquence qu'on voit un robot rouge tourner toujours dans le sens pris au départ. Il en est de même pour les robots bleu et vert.

Après 84 minutes, chaque couleur a effectué 7 tours complets de la piste. Cela veut dire qu'il y a forcément un robot à chaque place des robots au départ. Après 85 minutes, chaque couleur aura effectué 7 tours complets de la piste plus  $1/12$  d'un tour. Le robot qui était au point 1 après 84 minutes se trouve au point 0 ou au point 2 à la 85e minute. Après 90 minutes, chaque couleur aura effectué 7 tours complets de la piste plus un demi-tour. Il y a aura forcément un robot au point 7, un autre au point 11 et un autre au point 2. Le plus grand écart entre deux robots consécutifs se trouve entre les points 2 et 7. Cet écart est donc de **5 mètres**.