

### Les quatre articles \*\*\*\*

Charline achète quatre petits articles dans une papeterie, dont une gomme à 1,25 euro. Elle remarque que le prix de chaque objet contient le chiffre 1.

Le caissier lui dit : « Vous me devez 7,11 euros, je le sais car j'ai multiplié entre eux les prix de vos quatre articles. » Charline lui rappelle qu'il faut additionner les prix et non les multiplier. Le caissier, tout désolé, refait les calculs et lui annonce qu'elle doit tout de même 7,11 euros.

Quel est le prix de chacun des trois autres articles ?

### Solutions

Prix total des trois autres articles =  $7,11 - 1,25 = 5,86$  euros.

Soit  $x$ ,  $y$  et  $z$  le prix en euros de chacun des trois articles dont on ne connaît pas le prix.

Nous avons deux équations :

$$x \cdot y \cdot z = \frac{7,11}{1,25} = 5,688$$

$$x + y + z = 5,86$$

Si on met les prix en centimes, on obtient  $100x$ ,  $100y$  et  $100z$ .

La première équation devient  $100x \cdot 100y \cdot 100z = 5688000$  et la seconde  $100x + 100y + 100z = 586$ .

Soit  $a = 100x$ ,  $b = 100y$  et  $c = 100z$ . On a alors :

1)  $a \cdot b \cdot c = 5688000$

2)  $a + b + c = 586$

$5688000 = 2^6 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 79$ . L'un des prix est un multiple de 79 et on sait que chacun des prix contient un 1 et qu'il est inférieur à 586. Deux possibilités : 158 et 316.

Supposons que «  $a$  » soit 158. Alors,  $b \cdot c = \frac{5688000}{158} = 36000$  et  $b + c = 586 - 158 = 428$ . Pour

résoudre ce système de deux équations à deux inconnues, choisissons une voie qui s'écarte des méthodes classiques.

$36000 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^3$ . L'un des prix manquants, mettons «  $b$  », est forcément un multiple de 25.

Si  $b = 100 \Rightarrow c = 328$  ; si  $b = 125 \Rightarrow c = 303$  ; si  $b = 150 \Rightarrow c = 278$  ; si  $b = 175 \Rightarrow c = 283$ .

Aucune valeur de «  $c$  » ne convient car aucune ne contient un 1.

Alors «  $a$  » = 316.

On sait maintenant que  $b \cdot c = \frac{5688000}{316} = 18000$  et  $b + c = 586 - 316 = 270$ .

$18000 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^3$ . L'un des prix manquants, mettons «  $b$  », est à nouveau un multiple de 25 qui contient un 1.

Si  $b = 100 \Rightarrow c = 170$ . Cas impossible car  $b \cdot c = 17000$ .

Si  $b = 125 \Rightarrow c = 145$ . Cas impossible car  $b \cdot c = 18125$ .

Si  $b = 150 \Rightarrow c = 120$ . Cas possible car  $b \cdot c = 18000$ .

Si  $b = 175 \Rightarrow c = 95$ . Cas impossible car «  $c$  » ne contient pas de 1.

Prix des trois autres articles = **3,16 euros**, **1,20 euro** et **1,50 euro**.