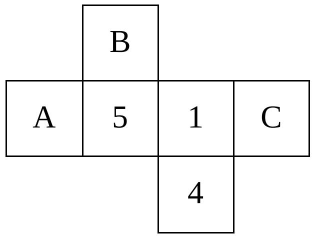
171. Dédé joue avec des dés * ** ***

Dédé joue avec des dés traditionnels à six faces numérotées de 1 à 6 par des points noirs. La somme des nombres situés sur deux faces opposées est égale à 7. Tous les dés de Dédé sont identiques à celui de la photo ci-contre.

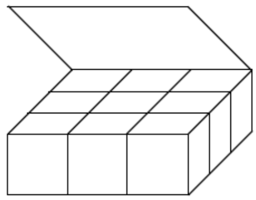
Par la suite, la somme des points de chaque face sera remplacée par un nombre.

a) Dédé veut construire un dé supplémentaire avec un morceau de carton. Il a dessiné le patron (développement) de son dé comme on peut le voir ci-contre.
Quel nombre doit-il écrire sur les faces A, B et C ?

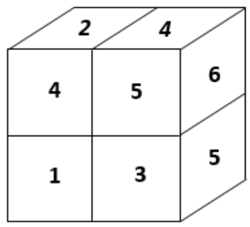


b) Sur sa table en chêne, Dédé a construit une tour en mettant quatre dés les uns sur les autres de manière que ce soit impossible de voir les nombres sur les faces des dés qui se touchent. Il constate que le nombre inscrit sur la face supérieure de la tour est 2.
Quelle est la somme des nombres inscrits sur les faces invisibles de cette tour ?

c) Dédé range neuf dés dans une boîte transparente qui permet de poser parfaitement les neuf dés les uns à côté des autres comme on peut le voir sur le croquis ci-contre. Une fois la boîte fermée convenablement, il peut la retourner dans tous les sens pour observer les dés.
Combien de points pourra-t-il voir au maximum ?



d) Dédé a disposé sur sa table quatre dés comme indiqué ci-contre. Seuls les points des faces visibles ont été notés.
Quelle est la somme des nombres inscrits sur les deux faces en contact avec la table sachant que deux faces portant le même nombre de points ne se touchent jamais ?



Solutions

a) A est la face opposée de la face contenant le 1, B est la face opposée de la face contenant le 4 et C est la face opposée de la face contenant le 5. Comme la somme de deux faces opposées est égale à 7, alors **<u>A = 6</u>**, **<u>B = 3</u>** et **<u>C = 2</u>**.

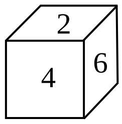
b) La seule face invisible du dé du haut porte un 5 (7 – 2). Les trois autres dés ont chacun deux faces opposées invisibles. On sait que la somme des nombres situés sur deux faces opposées vaut 7.
Somme des faces invisibles de la tour = $5 + 3 \cdot 7$ = **<u>26</u>**.

c) Le plus simple est d'observer un dé. Si nécessaire, on en construit un à partir de la photo de la donnée.
Les dés de chacun des quatre coins possèdent 4 faces visibles. Chacun permet d'obtenir un maximum de 18 points (6 + 5 + 4 + 3).
Le dé central possède 2 faces visibles. Il offre 7 points.
Les quatre derniers dés possèdent 3 faces visibles. Chacun d'eux permet d'obtenir un maximum de 13 points (6 + 5 + 2).
Somme totale maximale cherchée = $4 \cdot 18 + 7 + 4 \cdot 13$ = **<u>131</u>**.

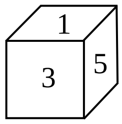
d) Disons que le 1er dé de cet empilement est le dé en haut à gauche, le 2e dé est le dé en haut à droite, le 3e dé est le dé en bas à gauche et le 4e dé le dé en bas à droite.

Le plus simple pour résoudre cette énigme est de travailler avec un dé de Dédé.

Le premier dé est forcément celui-ci :

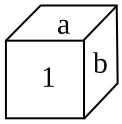


Le 4e dé ne peut être que celui-ci :



Entre le 1er, le 2e et le 4e dé, les contraintes imposées par la donnée sont respectées.

Il ne reste plus qu'à trouver le 3e dé.



« a » ne peut pas valoir 1, ni 6 (opposé de 1), ni 5 (face inférieure du 1er dé) et « b » ne peut pas valoir 2 (face de gauche du 4e dé).

En faisant pivoter un dé autour de la face 1, on constate qu'il reste deux possibilités : « a » = 4, et « b » = 5 ou « a » = 2, et « b » = 4.

Dans le premier cas, la somme cherchée est **<u>9</u>** (3 + 6).

Dans le second cas, la somme cherchée est **<u>11</u>** (5 + 6).

Augustin Genoud