

#### 164. Quelques autoréférences \* \*\* \*\*\*

- a) Par quel nombre écrit en toutes lettres faut-il remplacer le A dans le cadre suivant pour que la phrase qu'il contient soit vraie ?

Cette phrase contient A mots.

- b) Par quel nombre écrit en toutes lettres faut-il remplacer le B dans le cadre suivant pour que la phrase qu'il contient soit vraie ?

Cette jolie phrase contient B fois la lettre e.

- c) Par quel nombre écrit en toutes lettres faut-il remplacer le C dans le cadre suivant pour que la phrase qu'il contient soit vraie ?

Il faut exactement C lettres pour écrire cette phrase.

- d) Par quel chiffre faut-il remplacer les lettres w, x, y et z dans le cadre suivant pour que les phrases qui s'y trouvent soient vraies ?

Dans ce cadre, il y a w fois le chiffre 1, x fois le chiffre 2, y fois le chiffre 3 et z fois le chiffre 4.

#### Solutions

- a) Il est facile de vérifier que  $A = \text{cinq}$ .
- b) La phrase à l'intérieur du cadre contient 8 lettres e. Lorsque l'on remplace B par huit, la phrase est toujours vraie. Si on remplace B par neuf, on aura 9 lettres e et la phrase sera encore vraie. Deux solutions : **huit** et **neuf**.
- c) Il (2) faut (4) exactement (10) lettres (7) pour (4) écrire (6) cette (5) phrase (6).  
Somme des lettres sans le C :  $2 + 4 + 10 + 7 + 4 + 6 + 5 + 6 = 44$ .  
Si on remplace le C par cinquante, on a 9 lettres en plus, donc 53 lettres en tout.  
Si on remplace le C par cinquante-cinq, on a 13 lettres en plus, donc 57 lettres en tout.  
Si on remplace le C par cinquante-six, on a 12 lettres en plus, donc 56 lettres en tout. Tout joue.  
Si on remplace le C par cinquante-sept, on a 13 lettres en plus, donc 57 lettres en tout. Tout joue également.  
Si on remplace le C par cinquante-huit, on a 13 lettres en plus, donc 57 lettres en tout.  
Deux solutions : **cinquante-six** et **cinquante-sept**.
- d) w, x, y et z ne peuvent prendre que les valeurs 1 ou 2 ou 3 ou 4 car il n'y a pas d'autres chiffres dans le cadre. Il est facile de vérifier qu'aucune lettre ne représente 4. Par exemple, si  $x = 4$ , les 3 autres lettres doivent valoir 2 et les énoncés ne sont plus vrais. On voit facilement que w n'est pas égal à 1 et que z vaut forcément 1. D'autre part, dans le cadre, il n'y aura que 8 chiffres. Par conséquent,  $w + x + y + z = 8$  ou  $w + x + y = 7$  car  $z = 1$ .  
En résumé,  $w = 2$  ou 3;  $x = 1$  ou 2 ou 3;  $y = 1$  ou 2 ou 3 et  $w + x + y = 7$ .  
Il nous faut vérifier les cas suivants :

w	2	2	3	3	3
x	2	3	1	2	3
y	3	2	3	2	1

Deux solutions : **w = 2, x = 3, y = 2** et **z = 1** et **w = 3, x = 1, y = 3** et **z = 1**.