164. Quelques autoréférences * ** ***

a) Par quel nombre écrit en toutes lettres faut-il remplacer le A dans le cadre suivant pour que la phrase qu'il contient soit vraie ?

Cette phrase contient A mots.

b) Par quel nombre écrit en toutes lettres faut-il remplacer le B dans le cadre suivant pour que la phrase qu'il contient soit vraie ?

Cette jolie phrase contient B fois la lettre e.

c) Par quel nombre écrit en toutes lettres faut-il remplacer le C dans le cadre suivant pour que la phrase qu'il contient soit vraie ?

Il faut exactement C lettres pour écrire cette phrase.

d) Par quel chiffre faut-il remplacer les lettres w, x, y et z dans le cadre suivant pour que les phrases qui s'y trouvent soient vraies ?

Dans ce cadre, il y a w fois le chiffre 1, x fois le chiffre 2, y fois le chiffre 3 et z fois le chiffre 4.

Solutions

a) Il est facile de vérifier que A = **cinq**.

b) La phrase à l'intérieur du cadre contient 8 lettres e. Lorsque l'on remplace B par huit, la phrase est toujours vraie. Si on remplace B par neuf, on aura 9 lettres e et la phrase sera encore vraie.
Deux solutions : **huit** et **neuf**.

c) Il (2) faut (4) exactement (10) lettres (7) pour (4) écrire (6) cette (5) phrase (6).
Somme des lettres sans le C : 2 + 4 + 10 + 7 + 4 + 6 + 5 + 6 = 44.
Si on remplace le C par cinquante, on a 9 lettres en plus, donc 53 lettres en tout.
Si on remplace le C par cinquante-cinq, on a 13 lettres en plus, donc 57 lettres en tout.
Si on remplace le C par cinquante-six, on a 12 lettres en plus, donc 56 lettres en tout. Tout joue.
Si on remplace le C par cinquante-sept, on a 13 lettres en plus, donc 57 lettres en tout. Tout joue également.
Si on remplace le C par cinquante-huit, on a 13 lettres en plus, donc 57 lettres en tout.
Deux solutions : **cinquante-six** et **cinquante-sept**.

d) w, x, y et z ne peuvent prendre que les valeurs 1 ou 2 ou 3 ou 4 car il n'y a pas d'autres chiffres dans le cadre. Il est facile de vérifier qu'aucune lettre ne représente 4. Par exemple, si x = 4, les 3 autres lettres doivent valoir 2 et les énoncés ne sont plus vrais. On voit facilement que w n'est pas égal à 1 et que z vaut forcément 1. D'autre part, dans le cadre, il n'y aura que 8 chiffres. Par conséquent, w + x + y + z = 8 ou w + x + y = 7 car z = 1.
En résumé, w = 2 ou 3; x = 1 ou 2 ou 3; y = 1 ou 2 ou 3 et w + x + y = 7.
Il nous faut vérifier les cas suivants :

w	2	**2**	**3**	3	3
x	2	**3**	**1**	2	3
y	3	**2**	**3**	2	1

Deux solutions : **w = 2**, **x = 3**, **y = 2** et **z = 1** et **w = 3**, **x = 1**, **y = 3** et **z = 1**.