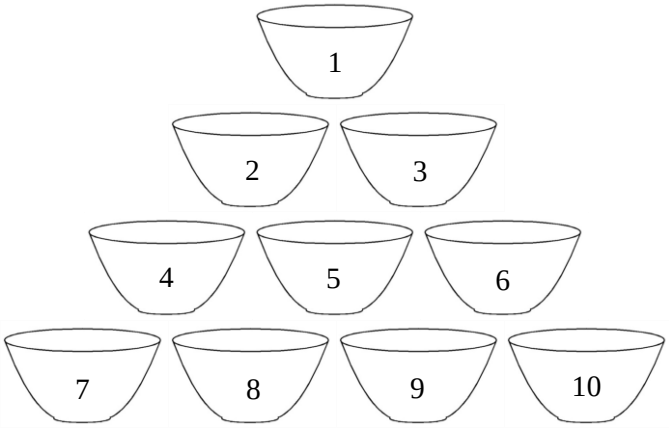
161. Les vases * **** *******

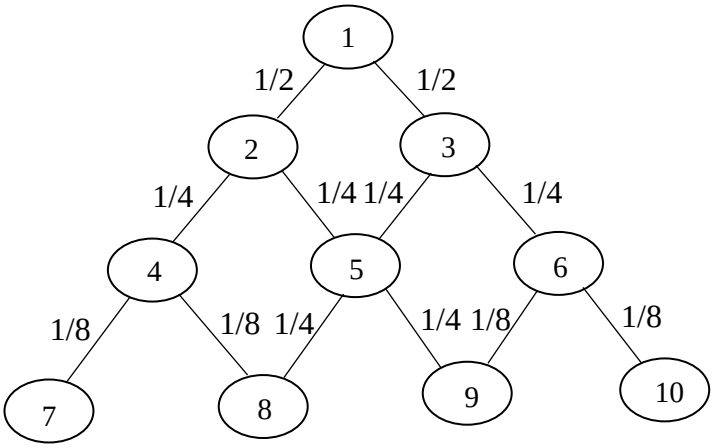
Les dix vases ci-contre sont fixés verticalement contre un mur. Chacun d'eux peut contenir 5,1 litres d'eau. Lorsqu'un vase est plein, son contenu déborde équitablement dans les deux vases situés juste en dessous ou dans une canalisation s'il n'y a plus de vases disponibles.

Quelle quantité d'eau, au minimum, faut-il verser dans le 1er vase pour remplir complètement le 4e vase ? Même question pour les 5e, 7e et 8e vases.



Solutions

Représentons schématiquement la situation. Les fractions représentent la part de l'eau qui passe par ce trajet une fois que tous les vases situés plus hauts que ce trajet sont pleins.



Les trois premiers vases sont pleins dès que l'on verse 15,3 litres dans le premier vase ($15,3 = 3 \cdot 5,1$) et il y n'y pas la moindre quantité d'eau dans les autres vases.

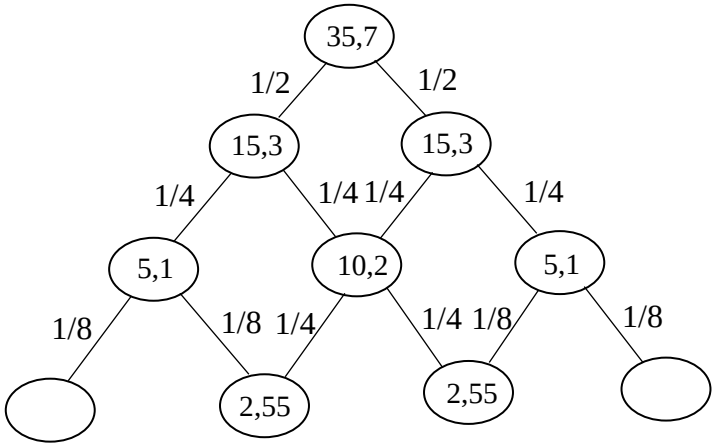
Appelons x, la quantité d'eau supplémentaire ajoutée, une fois que les trois premiers vases sont pleins. Concernant le 4e vase, nous avons l'équation suivante : $\frac{1}{4} \cdot x = 5,1 \Rightarrow x = 20,4$.

Quantité minimale d'eau pour remplir le 4e vase = 15,3 + 20,4 = **<u>35,7 litres</u>**.

Le 5e vase reçoit la moitié $\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}\right)$ de la quantité d'eau rajoutée. Equation : $\frac{1}{2} \cdot x = 5,1 \Rightarrow x = 10,2$.

Quantité minimale d'eau pour remplir le 5e vase = 15,3 + 10,2 = **<u>25,5 litres</u>**.

En versant 35,7 litres dans le 1er vase, les 2e et 3e vases reçoivent 15,3 litres $\left(15,3 = \frac{35,7 - 5,1}{2}\right)$, les 4e et 6e vases obtiennent 5,1 litres $\left(5,1 = \frac{15,3 - 5,1}{2}\right)$ et le 5e recueille 10,2 litres $\left(10,2 = \frac{2 \cdot 15,3 - 2 \cdot 5,1}{2}\right)$.



Les vases ne pouvant pas contenir plus de 5,1 litres, la quantité supplémentaire d'eau du 5e vase va se répartir équitablement dans les 8e et 9e vases. Il y aura donc 2,55 litres dans chacun des 8e et 9e vases.

Donc, après avoir versé 37,5 litres dans le 1er vase, les 6 premiers vases sont pleins et les 8e et 9e vases contiennent chacun 2,55 litres.

Appelons y, la quantité d'eau supplémentaire ajoutée. Concernant le 7e vase, nous avons l'équation suivante : $\frac{1}{8} \cdot y = 5,1 \Rightarrow y = 40,8.$

Quantité minimale d'eau pour remplir le 7e vase = 35,7 + 40,8 = **76,5 litres**.

Par rapport à la quantité rajoutée, le 8e vase en reçoit les trois huitièmes $\left(\frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8}\right)$. Le 8e vase contient déjà 2,55 litres, alors on a l'équation suivante : $\frac{3}{8} \cdot y + 2,55 = 5,1 \Rightarrow y = 6,8.$

Quantité minimale d'eau pour remplir le 8e vase = 35,7 + 6,8 = **42,5 litres**.