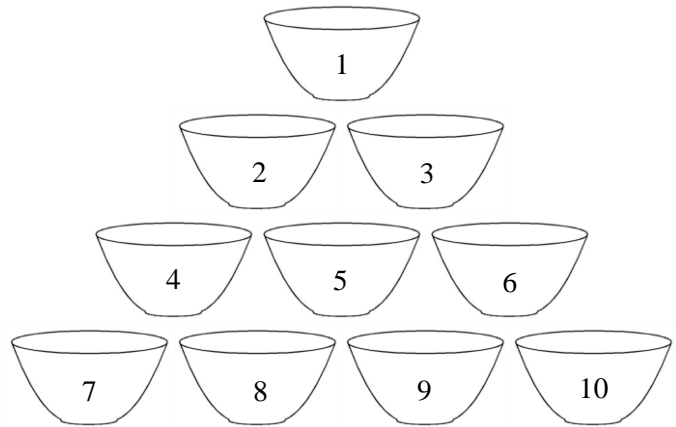


161. Les vases * ***** *******

Les dix vases ci-contre sont fixés verticalement contre un mur. Chacun d'eux peut contenir 5,1 litres d'eau. Lorsqu'un vase est plein, son contenu déborde équitablement dans les deux vases situés juste en dessous ou dans une canalisation s'il n'y a plus de vases disponibles.

Quelle quantité d'eau, au minimum, faut-il verser dans le 1^{er} vase pour remplir complètement le 4^e vase ? Même question pour les 5^e, 7^e et 8^e vases.

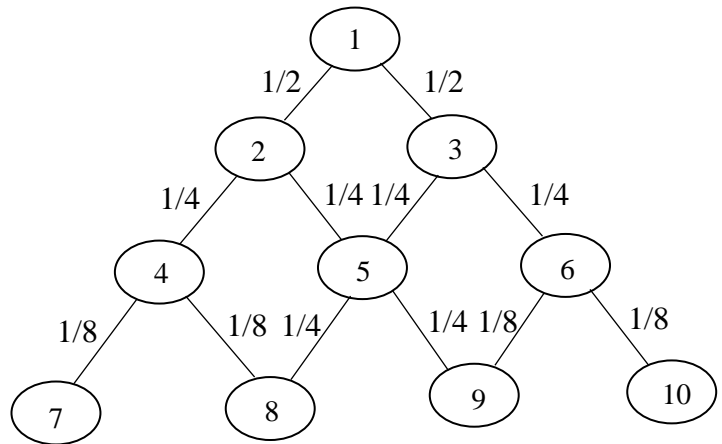


Solutions

Représentons schématiquement la situation. Les fractions représentent la part de l'eau qui passe par ce trajet une fois que tous les vases situés plus hauts que ce trajet sont pleins.

Les trois premiers vases sont pleins dès que l'on verse 15,3 litres dans le premier vase ($15,3 = 3 \cdot 5,1$) et il n'y a pas la moindre quantité d'eau dans les autres vases.

Appelons x, la quantité d'eau supplémentaire ajoutée, une fois que les trois premiers vases sont pleins. Concernant le 4^e vase, nous avons l'équation suivante : $\frac{1}{4} \cdot x = 5,1 \Rightarrow x = 20,4$.

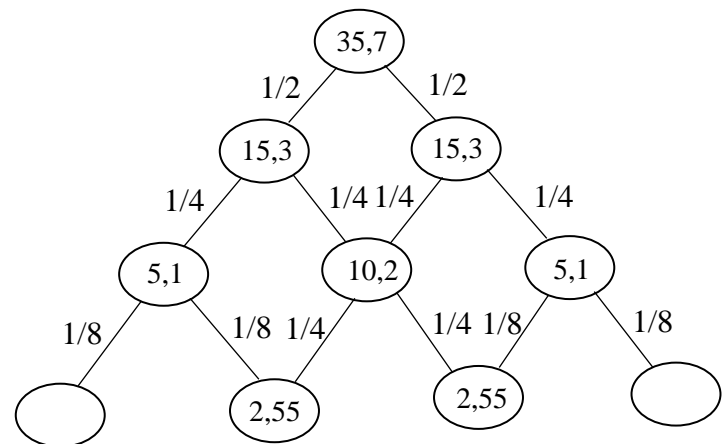


Quantité minimale d'eau pour remplir le 4^e vase = $15,3 + 20,4 = \mathbf{35,7 \text{ litres}}$.

Le 5^e vase reçoit la moitié $\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}\right)$ de la quantité d'eau rajoutée. Equation : $\frac{1}{2} \cdot x = 5,1 \Rightarrow x = 10,2$.

Quantité minimale d'eau pour remplir le 5^e vase = $15,3 + 10,2 = \mathbf{25,5 \text{ litres}}$.

En versant 35,7 litres dans le 1^{er} vase, les 2^e et 3^e vases reçoivent 15,3 litres $\left(15,3 = \frac{35,7 - 5,1}{2}\right)$, les 4^e et 6^e vases obtiennent 5,1 litres $\left(5,1 = \frac{15,3 - 5,1}{2}\right)$ et le 5^e recueille 10,2 litres $\left(10,2 = \frac{2 \cdot 15,3 - 2 \cdot 5,1}{2}\right)$.



Les vases ne pouvant pas contenir plus de 5,1 litres, la quantité supplémentaire d'eau du 5^e vase va se répartir équitablement dans les 8^e et 9^e vases. Il y aura donc 2,55 litres dans chacun des 8^e et 9^e vases.

Donc, après avoir versé 37,5 litres dans le 1^{er} vase, les 6 premiers vases sont pleins et les 8^e et 9^e vases contiennent chacun 2,55 litres.

Appelons y , la quantité d'eau supplémentaire ajoutée. Concernant le 7^e vase, nous avons l'équation suivante : $\frac{1}{8} \cdot y = 5,1 \Rightarrow y = 40,8$.

Quantité minimale d'eau pour remplir le 7^e vase = $35,7 + 40,8 = \underline{\underline{76,5 \text{ litres}}}$.

Par rapport à la quantité rajoutée, le 8^e vase en reçoit les trois huitièmes $\left(\frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8}\right)$. Le 8^e vase con-

tient déjà 2,55 litres, alors on a l'équation suivante : $\frac{3}{8} \cdot y + 2,55 = 5,1 \Rightarrow y = 6,8$.

Quantité minimale d'eau pour remplir le 8^e vase = $35,7 + 6,8 = \underline{\underline{42,5 \text{ litres}}}$.