158. L'établissement scolaire ** ***

Voici diverses anecdotes tirées de la vie d'un établissement scolaire accueillant des jeunes de 5 à 15 ans :

a) La somme des âges de trois sœurs est égale à 27 et leur produit donne 660.
Quel est l'âge de la plus âgée des trois ?

b) Valentine dispose d'une feuille rectangulaire de 16 cm sur 25 cm.
Combien d'étiquettes rectangulaires de 3 cm sur 7 cm, chacune faite d'un seul morceau, peut-elle y découper, au maximum ?

c) Dans une classe, tous les élèves ont le même âge sauf trois élèves qui ont 1 an de plus et un élève qui a 1 an de moins. Si on fait la somme des âges de tous les élèves, on obtient 211.
Combien y a-t-il d'élèves dans cette classe ?

d) Milann a voulu numéroter toutes les pages de son épais cahier, en commençant à la page 1. Pour cela, il a écrit deux fois plus de chiffres que le nombre de pages du livre.
Combien ce cahier compte-t-il de pages ?

e) Un professeur de math a trois enfants. Les aînés sont des jumeaux. Aujourd'hui, quand il additionne leurs âges, il obtient 35. Quand il faisait de même il y a huit ans, il trouvait 12.
Actuellement, quel est le produit des âges des trois enfants ?

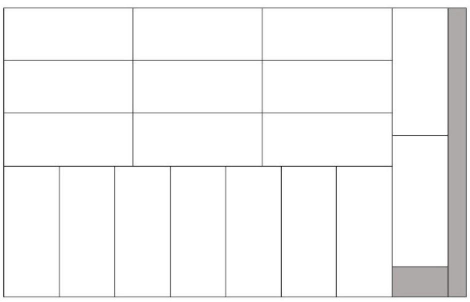
f) Une boisson coûte 70 centimes au distributeur de l'école. L'appareil accepte uniquement des pièces de 5 centimes, 10 centimes, 20 centimes et 50 centimes.
Combien y a-t-il de combinaisons différentes permettant d'acheter une boisson ?
Note : mettre deux fois 10 centimes puis une fois 50 centimes n'est pas une combinaison différente que mettre une fois 50 centimes puis deux fois 10 centimes

g) Pour organiser des activités sportives, 148 élèves ont dû répondre à un questionnaire. Il est alors possible d'affirmer que parmi eux, 140 savent jouer au basket, 115 savent skier, 132 savent nager et 98 savent patiner.
Combien d'élèves, au moins, sont capables de pratiquer les quatre sports mentionnés ?

Solutions

a) Décomposons 660 en un produit de nombres premiers. 660 = $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$. Comme les trois sœurs ont entre 5 et 15 ans, alors 660 = $5 \cdot 11 \cdot 12 = 6 \cdot 10 \cdot 11$. La somme des âges étant égale à 27, elles ont forcément 6, 10 et <u>**11 ans**</u>.

b) En disposant les étiquettes selon le croquis ci-contre, on voit qu'on peut en découper <u>**18**</u> (les résidus sont ombrés).
Une erreur consisterait à diviser l'aire de la grande feuille ($16 \cdot 25 = 400$) par l'aire d'une étiquette ($3 \cdot 7 = 21$), ce qui donne un nombre légèrement supérieur à 19. On ne peut pas obtenir 19 étiquettes car elles doivent être d'un seul morceau.
Ce type de problèmes peut facilement devenir très compliqué et il n'y a pas de méthodes mathématiques pour obtenir les solutions. Ici, la dimension 16 cm peut nous mettre sur la voie car 16 cm = 7 cm + 3 cm + 3 cm + 3 cm.



c) Si tous les élèves avaient le même âge, la somme des âges donnerait 209 (211 – 3 + 1). Comme 209 est le produit de 19 par 11, on peut dire que dans cette classe, il y a <u>**19 élèves**</u> dont 15 ont 11 ans, 3 ont 12 ans et 1 a 10 ans. Somme = $15 \cdot 11 + 3 \cdot 12 + 10$ = 211.

d) De 10 à 99 pages, il faut 2 chiffres pour numéroter chaque page. De 10 à 99, il y a 90 pages, soit 180 chiffres. Cela nous permet de dire qu'à la page 99, 189 (9 + 180) chiffres ont été écrits. A partir de 100 pages, il faut ajouter 3 chiffres à chaque nouvelle page. Ce cahier a **108 pages**.

Nombre de chiffres	1	9	189	192	195	198	201	204	207	210	213	216
Nombre de pages	1	9	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108

e) La somme des âges il y a huit ans devrait être égale à $11\left(35-3\cdot 8=11\right)$. La donnée nous dit qu'elle était égale à 12. Cela signifie que le plus jeune n'était pas né. Dans ce cas, il y a huit ans, les jumeaux avaient 6 ans (somme égale à 12). Aujourd'hui, les jumeaux ont 14 ans. Pour que la somme des âges aujourd'hui soit égale à 35, il faut que le plus jeune ait 7 ans.
Produit des âges actuellement = $14\cdot 14\cdot 7$ = **1372**.

f) Voici les **24 combinaisons** valant 70 centimes.

1. 50, 20
2. 50, 10, 10
3. 50, 10, 5, 5
4. 50, 5, 5, 5, 5
5. 20, 20, 20, 10
6. 20, 20, 20, 5, 5
7. 20, 20, 10, 10, 10
8. 20, 20, 10, 10, 5, 5
9. 20, 20, 10, 5, 5, 5, 5
10. 20, 20, 5, 5, 5, 5, 5, 5
11. 20, 10, 10, 10, 10, 10
12. 20, 10, 10, 10, 10, 5, 5
13. 20, 10, 10, 10, 5, 5, 5, 5
14. 20, 10, 10, 5, 5, 5, 5, 5, 5
15. 20, 10, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5
16. 20, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5
17. 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10
18. 10, 10, 10, 10, 10, 10, 5, 5
19. 10, 10, 10, 10, 10, 5, 5, 5, 5
20. 10, 10, 10, 10, 5, 5, 5, 5, 5, 5
21. 10, 10, 10, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5
22. 10, 10, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5
23. 10, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5
24. 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5

g) Il y a 8 élèves qui ne savent pas jouer au basket (148 – 140), 33 élèves qui ne savent pas skier (148 – 115), 16 élèves qui ne savent pas nager (148 – 132) et 50 élèves qui ne savent pas patiner (148 – 98).
Supposons que l'on ait donné un numéro différent à chaque élève (de 1 à 148). Les 8 premiers ne savent pas jouer au basket, les 33 suivants ne savent pas skier, les 16 suivants ne savent pas nager et les 50 suivants ne savent pas patiner. Ces 107 élèves (8 + 33 + 16 + 50), au plus, sont incapables de pratiquer les quatre sports mentionnés.
Nombre minimum d'élèves pratiquant les quatre sports = 148 – 107 = **41**.