

141. Les timbres des mathématiciens ****

Trois mathématiciens A, B et C participent à un jeu. Un arbitre dispose de sept timbres connus des mathématiciens : quatre rouges et trois verts. Il colle deux timbres au hasard sur le front de chacun des mathématiciens et garde le timbre restant dans sa poche. Chaque mathématicien est incapable de voir les timbres qu'il a sur le front, pas plus qu'il ne connaît le timbre gardé par l'arbitre. En revanche chacun voit les timbres collés sur le front de ses collègues. L'arbitre demande tour à tour à chacun s'il est capable de deviner la couleur des timbres qu'il a sur son front.

A répond « Non ». Puis B répond « Oui ». Quelle est alors la réponse de C ?

L'arbitre repose ensuite la question à A qui répond « Non ». Quelles sont les couleurs des timbres collés sur B et sur C ?

Solutions

Les trois mathématiciens établissent d'abord les 13 cas possibles de répartition des timbres, comme dans le tableau suivant, sous « Départ ».

A voit les timbres de B et C (tableau « Départ »). Dans les cas 3, 5 et 11, il peut connaître la couleur des timbres de son front. En effet, dans les cas 3 et 5, il voit trois V, il sait donc qu'il a RR ; dans le cas 11, il voit quatre R, il sait donc qu'il a VV. Dans tous les autres cas, A ne peut pas savoir la couleur des timbres de son front. La réponse négative de A permet aux trois mathématiciens d'éliminer les cas 3, 5 et 11. Les cas possibles restants sont mis sous « T2 ».

B voit les timbres de A et C (tableau T2). Seuls les cas 6, 8, 9 et 10 ne permettent pas à B de connaître la couleur des timbres de son front. En présence d'un de ces cas, B aurait répondu « Non ». Les trois mathématiciens peuvent éliminer ces quatre cas. Les cas possibles restants sont mis sous « T3 ».

C voit les timbres de A et B (tableau T3). Dans tous les cas, il peut déterminer la couleur des timbres de son front. Sa réponse est donc **oui**. La réponse positive de C ne permet pas à A et B d'éliminer des cas.

A la nouvelle question posée à A, ce dernier aurait répondu affirmativement dans les cas 2, 4, 12 et 13. La réponse négative de A nous indique que seuls les cas 1 et 7 doivent être considérés (A doute entre RR et RV). On sait alors que **B a deux timbres rouges sur son front** et que **C a deux timbres verts sur son front**.

Départ				T2			T3		
	A	B	C	A	B	C	A	B	C
1	RR	RR	VV	RR	RR	VV	RR	RR	VV
2	RR	RV	RV	RR	RV	RV	RR	RV	RV
3	RR	RV	VV						
4	RR	VV	RR	RR	VV	RR	RR	VV	RR
5	RR	VV	RV						
6	RV	RR	RV	RV	RR	RV			
7	RV	RR	VV	RV	RR	VV	RV	RR	VV
8	RV	RV	RR	RV	RV	RR			
9	RV	RV	RV	RV	RV	RV			
10	RV	VV	RR	RV	VV	RR			
11	VV	RR	RR						
12	VV	RR	RV	VV	RR	RV	VV	RR	RV
13	VV	RV	RR	VV	RV	RR	VV	RV	RR

Dans le tableau « Départ », les cases grisées sont celles qui sont éliminées après la première réponse de A.

Dans le tableau « T2 », les cases grisées sont celles qui sont éliminées après la réponse de B.