

**140. Gare aux impairs ! \* \*\* \*\*\* \*\*\*\* \*\*\*\*\***

Afin de ne pas commettre d'impairs, Berthe a décidé de bannir les chiffres impairs. Elle a établi, dans un ordre croissant, une longue liste de nombres entiers où les chiffres impairs n'apparaissent jamais : 0, 2, 4, 6, 8, 20, 22, 24, etc.

- a) Quel est le 13<sup>e</sup> nombre de sa liste ?
- b) Si elle avait écrit autant de nombres que son âge, le dernier nombre noté aurait été 206. Quel est l'âge de Berthe ?
- c) Quel est le 369<sup>e</sup> nombre de sa liste ?
- d) Quel est le 321'456<sup>e</sup> nombre de sa liste ? (en base 5, seuls 5 chiffres sont utilisés...)

**Solutions**

- a) 0, 2, 4, 6, 8, 20, 22, 24, 26, 28, 40, 42, 44. Le 13<sup>e</sup> nombre est **44**.
- b) Dans les cinq premières colonnes du tableau suivant, on note les nombres de Berthe. Dans la colonne A, on trouve le nombre de nombres de Berthe de chaque ligne et dans la colonne B, le nombre total de nombres de Berthe. On constate que le 25<sup>e</sup> nombre est 200 car on passe directement de 88 à 200. Pour aller de 202 à 400, il faut autant de nombres que pour aller de 2 à 200, donc 25 nombres supplémentaires, etc.

Nombres de Berthe					A	B
0	2	4	6	8	5	5
20	22	24	26	28	5	10
40	42	44	46	48	5	15
60	62	64	66	68	5	20
80	82	84	86	88	5	25
200, 202, 204, 206					4	29

Berthe a **29 ans**.

- c) Etablissons un tableau comme dans b).

Nombres de Berthe	A	B
0 à 88	25	25
200 à 288	25	50
400 à 488	25	75
600 à 688	25	100
800 à 888	25	125
2000 à 2888	125	250
4000 à 4888	125	375

Le 375<sup>e</sup> nombre de Berthe est 4888. Les précédents sont 4886, 4884, 4882, 4880, 4868 et 4866. Le 369<sup>e</sup> nombre de Berthe est **4866**.

- d) Construisons le tableau suivant :

Position	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
Suite des nombres de Berthe	0	2	4	6	8	20	22	24	26	28	40	42	44	...
Suite des nombre en base 5	0	1	2	3	4	10	11	12	13	14	20	21	22	...

Pour passer des nombres en base 5 aux nombres de Berthe, les 0 doivent être remplacés par 0, les 1 par 2, les 2 par 4, les 3 par 6 et les 4 par 8. Comme il n'y a jamais de retenues, il suffit de doubler les nombres de la suite en base 5 pour obtenir les nombres de Berthe.

Pour passer d'une position  $N$  à son nombre en base 5, il faut transformer la position  $N - 1$  en base 5 et doubler la réponse obtenue. Ainsi, si on cherche le 13<sup>e</sup> nombre de Berthe ( $N = 13$ ), on transforme 12 en base 5, ce qui donne 22, et alors, le 13<sup>e</sup> nombre de Berthe est 44.

Vérifions le cas b) où  $N = 369$ . En base 5, 368 est égal 2433 ( $360 = 2 \cdot 5^3 + 4 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^1 + 3 \cdot 5^0$ ).

Le 369<sup>e</sup> nombre de Berthe est 4866.

En base 5, 321'455 est égal à 40'241'310 ( $4 \cdot 5^7 + 0 \cdot 5^6 + 2 \cdot 5^5 + 4 \cdot 5^4 + 1 \cdot 5^3 + 3 \cdot 5^2 + 1 \cdot 5^1 + 0 \cdot 5^0$ ).

Le 321'456<sup>e</sup> nombre de Berthe est égal à  $2 \cdot 40'241'310$ , soit **80'482'620**.