

### 130. Le concours \* \*\* \*\*\*

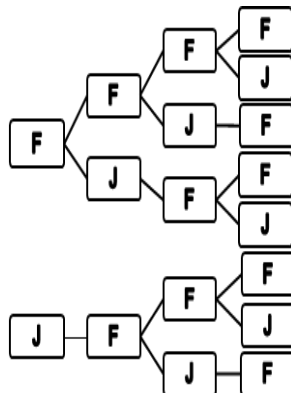
Dans un concours, les participants ne peuvent répondre que par « Juste » ou « Faux ».

- Si les participants doivent répondre à deux questions, combien y a-t-il de réponses différentes possibles, au maximum ?
- Si les participants doivent répondre à trois questions, combien y a-t-il de réponses différentes possibles, au maximum ?
- Si les participants doivent répondre à cinq questions et que les correcteurs constatent qu'aucun participant n'a répondu « Juste » à deux questions consécutives, combien de réponses différentes peuvent trouver les correcteurs, au maximum ?
- En corrigeant un concours comportant onze questions, les correcteurs remarquèrent qu'aucun participant n'avait répondu « Juste » à deux questions consécutives. Ils firent alors la déduction qu'au moins deux participants répondirent de manière identique à chacune des questions. Combien y avait-il eu de participants à ce concours, au minimum ?

### Solutions

Les réponses justes sont notées J et les fausses F.

- Réponses possibles : J-J ; J-F ; F-J et F-F. Il y a **4** réponses différents possibles.
- Réponses possibles : J-J-J ; J-J-F ; J-F-J ; F-J-J ; J-F-F ; F-J-F ; F-F-J ; F-F-F. Il y a **8** réponses différentes possibles.
- et d) Faisons le diagramme suivant dans lequel tout F peut être suivi de F et J, et tout J est suivi forcément de F.



Ce diagramme nous montre qu'une seule question engendre deux réponses différentes possibles, deux seules questions conduisent à trois réponses différentes possibles, trois seules questions génèrent cinq réponses possibles différentes, etc.

La suite du diagramme est aisée à construire et le nombre de réponses différentes possibles est une suite de Fibonacci car chaque nombre, à partir du 3<sup>e</sup>, est la somme des deux nombres qui le précèdent. On peut alors construire le tableau suivant :

Nombre de questions	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Nombre possible de réponses différentes	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233

La solution de c) est **13**.

Avec 11 questions, il y a 233 réponses différentes possibles. Avec **234 participants**, il y a au moins deux personnes qui ont répondu de manière identique.