

127. Le tandem *****

Trois enfants, Aloïs, Bernard et Charly, veulent aller trouver leur père qui travaille à 8,4 km de leur domicile. A pied, pour effectuer un kilomètre, Aloïs a besoin de 7 minutes et demie, Bernard de 10 minutes et Charly de 12 minutes. Les enfants possèdent un tandem (vélo à deux places) qui leur permet de se déplacer à une vitesse de 12 km/heure, qu'il soit utilisé à un ou à deux.

Sachant que les trois enfants quittent leur maison en même temps, combien de temps leur faut-il, au minimum, pour être tous réunis auprès de leur père ?

Solution

$$\text{Vitesse d'Aloïs (A)} = \frac{1\text{km}}{7,5'} = \frac{8\text{km}}{60'} = 8 \text{ km/h.}$$

$$\text{Vitesse de Bernard (B)} = \frac{1\text{km}}{10'} = \frac{6\text{km}}{60'} = 6 \text{ km/h.}$$

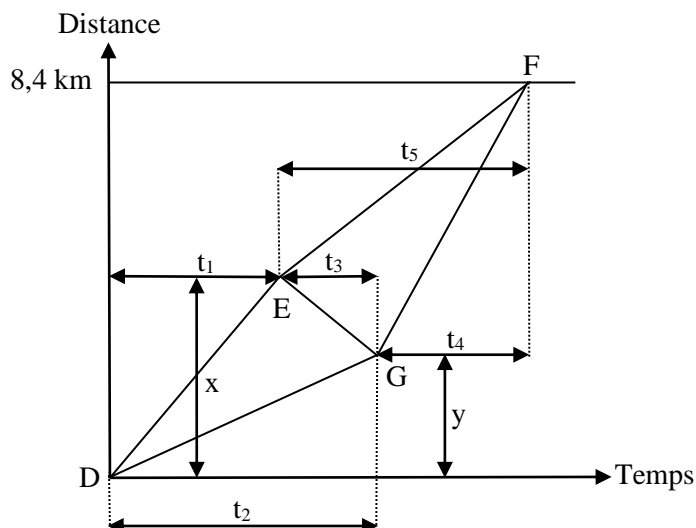
$$\text{Vitesse de Charly (C)} = \frac{1\text{km}}{12'} = \frac{5\text{km}}{60'} = 5 \text{ km/h.}$$

Le temps de déplacement est minimal lorsque le marcheur le plus lent, Charly, se déplace toujours en tandem. Faisons partir Aloïs et Charly en tandem et Bernard à pied. A un certain moment, Aloïs continuera son chemin à pied, tandis que Charly retournera chercher Bernard avec qui il se rendra vers leur père. Pour que la stratégie soit optimale, les trois frères doivent arriver en même temps auprès de leur père.

Le schéma de la situation est donné ci-dessous. D = domicile et F = lieu de travail du père.

$$\text{Rappel : } v = \frac{d}{t}, \text{ alors } d = v \cdot t \text{ et } t = \frac{d}{v}.$$

Par la suite, si la vitesse est notée en km/h, alors le temps indiquera des heures.



$$\text{C et A vont en tandem de D à E : } v_1 = 12; d_1 = x; t_1 = \frac{x}{12}.$$

$$\text{B va à pied de D à G (point de rencontre avec C) : } v_2 = 6; d_2 = y; t_2 = \frac{y}{6}.$$

C retourne vers B en tandem (il va de E à G) : $v_3 = 12$; $d_3 = x - y$; $t_3 = \frac{x - y}{12}$.

C et B vont en tandem de G à F : $v_4 = 12$; $d_4 = 8,4 - y$; $t_4 = \frac{8,4 - y}{12}$.

A va à pied de E à F : $v_5 = 8$; $d_5 = 8,4 - x$; $t_5 = \frac{8,4 - x}{8}$.

$$t_1 + t_3 = t_2 \Rightarrow \frac{x}{12} + \frac{x - y}{12} = \frac{y}{6} \Rightarrow 2x = 3y \text{ (1).}$$

$$t_3 + t_4 = t_5 \Rightarrow \frac{x - y}{12} + \frac{8,4 - y}{12} = \frac{8,4 - x}{8} \Rightarrow 5x - 4y = 8,4 \text{ (2).}$$

De (2) et (1), on obtient $y = 2,4$ km. Alors, $x = 3,6$ km.

Le temps cherché peut être obtenu à partir du temps de déplacement de n'importe lequel des frères.

$$\text{Temps de déplacement de A} = t_1 + t_5 = \frac{3,6}{12} + \frac{8,4 - 3,6}{8} = \frac{7,2 + 14,4}{24} = \frac{21,6}{24} = \frac{54}{60} = \underline{\underline{54 \text{ minutes}}}.$$

Chacun pourra vérifier qu'en inversant les rôles d'Aloïs et de Bernard, on aboutit au même temps de déplacement.