

### 111. Les nombres autobiographiques \* \*\* \*\*\* \*\*\*\* \*\*\*\*\*

Un nombre autobiographique est un nombre entier positif dont le 1er chiffre indique le nombre de 0 contenu dans ce nombre, le 2e le nombre de 1, le 3e le nombre de 2 et ainsi de suite jusqu'au 10e qui doit indiquer le nombre de 9 dans ce nombre.

Le nombre 1210 est le plus petit d'entre eux.

- Il existe un autre nombre autobiographique de 4 chiffres. Quel est ce nombre ?
- Il n'existe qu'un seul nombre autobiographique de 5 chiffres. Il contient exactement deux 0. Quel est ce nombre ?
- Il n'existe qu'un seul nombre autobiographique de 7 chiffres. Quel est ce nombre ? La recherche de ce nombre peut prendre beaucoup de temps. Si vous le souhaitez, allez voir dans les solutions la méthode proposée qui vous permettra de trouver d'autres nombres autobiographiques.
- Il existe exactement 10 nombres autobiographiques. Quels sont-ils ?

### Solutions

- Un nombre autobiographique ne peut jamais commencer par 0. En effet, comme le 1er chiffre doit indiquer le nombre de 0 contenu dans ce nombre, il ne peut donc pas être lui-même égal à 0. D'autre part, la somme des chiffres d'un nombre autobiographique de  $n$  chiffres est forcément égale à  $n$ . Cherchons alors tous les nombres de 4 chiffres ne commençant pas par 0 et dont la somme donne 4, en allant du plus petit au plus grand afin de ne pas en oublier : 1003, 1012, 1021, 1030, 1102, 1111, 1120, 1201, 1210, 1300, 2002, 2011, 2020, 2101, 2110, 2200, 3001, 3010, 3100 et 4000. Le second nombre autobiographique de 4 chiffres est **2020**.
- Le nombre cherché commence forcément par 2 car le nombre cherché contient deux 0. Parmi les autres chiffres, il ne peut pas y avoir un 3 car sinon les trois derniers chiffres seraient 0 (la somme des chiffres doit être égale à 5). On sait ainsi que le nombre cherché est composé de deux 2, de deux 0 et d'un 1. Nombres possibles : 20'012, 20'021, 20'102, 20'201, 20'120, 20'210, 21'002, 22'001, 21'020, 22'010, 21'200 et 22'100. Le seul nombre autobiographique de 5 chiffres est **21'200**.
- Voici une méthode, illustrée par un exemple, qui permet souvent de trouver un nombre autobiographique. Partons d'un nombre de 7 chiffres choisi au hasard : 4'105'870 et complétons pas à pas le tableau suivant.  
Comme 4'105'870 compte deux 0, on remplace 4'105'870 par 2'105'870 que l'on met dans la ligne des 0, à la colonne a.  
Comme 2'105'870 compte un 1, on laisse 2'105'870 (ou on écrit idem) dans la ligne des 1, à la colonne a.  
Comme 2'105'870 compte un 2, on remplace 2'105'870 par 2'115'870 que l'on met dans la ligne des 2, à la colonne a.  
Comme 2'115'870 ne contient pas de 3, on remplace 2'115'870 par 2'110'870 que l'on met dans la ligne des 3, à la colonne a.  
Comme 2'110'870 ne contient pas de 4, on remplace 2'110'870 par 2'110'070 que l'on met dans la ligne des 4, à la colonne a.  
Comme 2'110'070 ne contient pas de 5, on remplace 2'110'070 par 2'110'000 que l'on met dans la ligne des 5, à la colonne a.  
Comme 2'110'000 ne contient pas de 6, on laisse 2'110'000 (ou on écrit idem) dans la ligne des 6, à la colonne a.

Comme 2'110'000 compte quatre 0, on remplace 2'110'000 par 4'110'000 dans la ligne des 0, à la colonne b.

Comme 4'110'000 compte deux 1, on remplace 4'110'000 par 4'210'000 dans la ligne des 1, à la colonne b.

On continue toujours de la même manière dans l'espoir d'arriver au nombre autobiographique cherché, ce qui est le cas ici avec **3'211'000**.

	a	b	c
0	2'105'870	4'110'000	3'210'100
1	idem	4'210'000	idem
2	2'115'870	4'210'000	idem
3	2'110'870	idem	3'211'100
4	2'110'070	4'210'100	3'211'000
5	2'110'000	idem	
6	idem	idem	

Selon le nombre choisi au départ, avec la méthode décrite ci-dessus, il arrive que l'on retrouve deux fois le même nombre dans la même ligne, sans que ce soit un nombre autobiographique. Alors, nous allons tourner en rond. Dans ce cas, il faut modifier le nombre de départ, dans l'espoir d'aboutir à un nombre autobiographique. Le fait de ne pas trouver par cette méthode un nombre autobiographique ne signifie pas qu'il n'existe pas. D'autre part, le fait de trouver un nombre autobiographique de n chiffres ne signifie pas qu'il n'y en ait pas d'autres de n chiffres.

d) Voici les 10 nombres autobiographiques :

4 chiffres : 1210 et 2020

5 chiffres : 21'200

7 chiffres : 3'211'000

8 chiffres : 42'101'000

9 chiffres : 521'001'000

10 chiffres : 6'210'001'000

11 chiffres : 72'100'001'000

12 chiffres : 821'000'001'000

13 chiffres : 9'210'000'001'000

On peut admirer une certaine harmonie dans cette liste.