32e championnat des jeux mathématiques et logiques

Qualification régionale valaisanne - 22 novembre 2017

Solutions

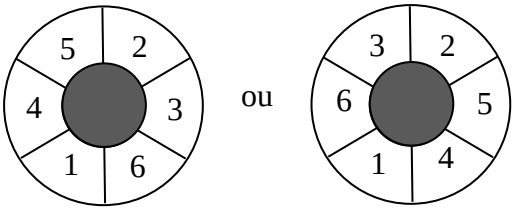
1. Le nombre

Plus petit nombre : **<u>1027</u>**.

2. Le concours

Il y avait 8 filles et **<u>4 garçons</u>**, soit un total de 12 participants.

3. La roue



4. Les pompiers

Nombre cherché : abc. On veut a + b = 3 ; b + c = 10 ; a + c = 11.

Comme a + b = 3, alors nous avons 4 possibilités. Elles sont données dans les deux premières colonnes du tableau ci-dessous.

Comme b + c = 10, on peut compléter la colonne c, uniquement avec des nombres inférieurs à 10. Il y a un cas qui n'est pas possible. On veut également que a + c = 11. Seule la somme 2 + 9 remplit cette condition.

a	b	c
0	3	7
3	0	-
1	2	8
2	1	9

Numéro de téléphone des pompiers : **<u>219</u>**.

5. La boîte

Soit a, la largeur d'un compartiment. Le haut et le bas de la boîte correspondent chacun à 4a. Les côtés correspondent chacun à 5a.

Périmètre du fond = 18a = 126 $\Rightarrow$ a = 7 cm. Aire du fond = 5a · 4a = 35 · 28 = **<u>980</u>** cm^2.

6. Le jeu de piste

Deux possibilités pour avancer de 9 cases.

1) Avancer 3 fois de 5 cases et reculer 2 fois de 3 cases. Dans ce cas, Tintin fait 8 fois exactement trois (13 – 3 – 2).
2) Avancer 6 fois de 5 cases et reculer 7 fois de 3 cases. Dans ce cas, Tintin ne fait aucune fois exactement trois (13 – 6 – 7), ce qui est interdit par la donnée.

Alors, Tintin a fait **<u>8 fois</u>** trois.

7. Les vacances

Il a plu 7 demi-journées, et il a fait beau 11 demi-journées (5 + 6). Tchang a donc eu 18 demi-journées de vacances. Il a donc passé 9 jours en vacances.

Soit x = beau, et o = pluie. Dans le tableau suivant, on ne peut trouver que (o, x), (x, x) ou (x, o), car (o, o) est impossible étant donné que lorsqu'il pleuvait le matin, il faisait beau l'après-midi. Plaçons

les 5 matinées de beau. Il pleuvait forcément le matin des 4 autres jours. Ces 4 matinées de pluie correspondent à 4 après-midi de beau. Comme il y eut 7 demi-journées avec de la pluie, nous devons ajouter 3 après-midi de pluie (mises les 3 premiers jours). Ajoutons les 2 autres après-midi de beau (4ème et 5ème jour).

Jours	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Matins	x	x	x	x	x	o	o	o	o
Après-midis	o	o	o	x	x	x	x	x	x

On constate qu'il y eut **2 journées** complètes sans pluie.

8. Tournesol

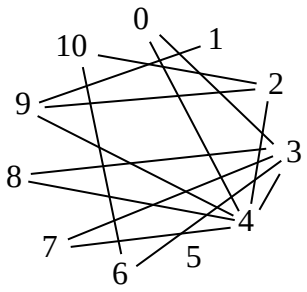
La somme des chiffres du nombre cherché est forcément égale à 4 puisque le nombre possède 4 chiffres. Cherchons tous les nombres de 4 chiffres dont la somme donne 4, en allant du plus petit au plus grand afin de ne pas en oublier. Comme un nombre ne peut pas commencer par o, les nombres possibles sont 1003, 1012, 1021, 1030, 1102, 1111, 1120, 1201, 1210, 1300, 2002, 2011, 2020, 2101, 2110 et 2200.

Parmi ces 16 nombres, 1210 et 2020 satisfont aux conditions de la donnée. Le nombre préféré de Tournesol est **1210 ou 2020**.

9. Les amis

Le schéma ci-contre nous montre tous les chemins possibles entre les amis.

Monsieur NOMBRE pourra rendre visite à **9 amis**, au maximum : 0 - 4 - 7 - 3 - 6 - 10 - 2 - 9 - 1 ou 0 - 4 - 8 - 3 - 6 - 10 - 2 - 9 - 1.



10. L'assemblée

Dès qu'il y a 8 personnes dans une assemblée, on est sûr qu'il y en a au moins 2 qui sont nées le même jour de la semaine.

Dès qu'il y a 15 personnes dans une assemblée, on est sûr qu'il y en a au moins 3 qui sont nées le même jour de la semaine.

Dès qu'il y a 22 personnes dans une assemblée, on est sûr qu'il y en a au moins 4 qui sont nées le même jour de la semaine. Etc.

Dès qu'il y a 36 personnes dans une assemblée, on est sûr qu'il y en a au moins 6 qui sont nées le même jour de la semaine.

Cela signifie qu'il y a au moins 36 personnes dans cette assemblée.

Dès qu'il y a 13 personnes dans une assemblée, on est sûr qu'il y en a au moins 2 qui sont nées le même mois.

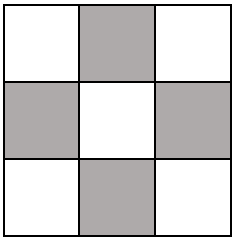
Dès qu'il y a 25 personnes dans une assemblée, on est sûr qu'il y en a au moins 3 qui sont nées le même mois.

Dès qu'il y a 37 personnes dans une assemblée, on est sûr qu'il y en a au moins 4 qui sont nées le même mois.

Cela signifie qu'il n'y a pas 37 personnes dans cette assemblée.

S'il n'y a pas 37 personnes dans cette assemblée, et qu'il y en a au moins 36, cela démontre qu'il y avait **36 personnes** dans cette assemblée.

11. Les salles de jeu



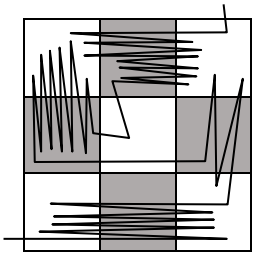
Dans le croquis ci-contre, quatre salles ont été grisées. Une salle blanche conduit obligatoirement à une salle grise, de même qu'une salle grise conduit obligatoirement à une salle blanche. Par exemple, si Séraphin passe une seule fois dans chacune des salles, il va passer 4 fois dans une salle blanche et 5 fois dans une salle grise. Chacun peut vérifier aisément que, quel que soit le nombre de salles visitées, le total du nombre de passages dans les salles blanches est supérieur d'une unité au nombre de passage dans les salles grises.

Nombre de passages dans les salles blanches : 9 + 9 + 5 + 6 = 29.

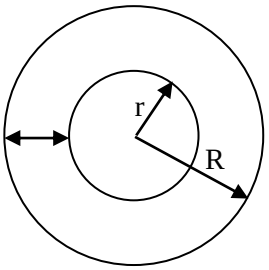
Nombre de passages dans les salles noires : 10 + 7 + 4 + 9 = 30.

Pour que la propriété vue plus haut soit respectée, il faut **2 passages** dans la salle A.

La visite de Séraphin pourrait être celle indiquée sur le croquis suivant. A chacun de bien vérifier que le nombre de passages dans les salles est correct.



12. Le char



Soir r, le rayon du cercle décrit par la roue intérieure et R, le rayon du cercle décrit par la roue extérieure.

La distance entre les deux cercles est égale à 1,75 m.

On a alors : $2\,\pi\,r \cdot 2 = 2\,\pi\,(r + 1{,}75) \Rightarrow 2\,r = r + 1{,}75 \Rightarrow r = 1{,}75$ m.

Alors, R = 1,75 + 1,75 = 3,50 m.

Distance parcourue par la roue extérieure : $2 \cdot \frac{22}{7} \cdot 3{,}50 =$ **22 m**.

13. Le métro

x = Nombre de marches visibles

a = Vitesse de l'escalier roulant (en marches par unité de temps)

v = Vitesse propre du capitaine à la descente (en marches par unité de temps)

3v = Vitesse propre du capitaine à la montée (en marches par unité de temps)

t_1 = Temps mis par le capitaine lors de la descente

t_2 = Temps mis par le capitaine lors de la montée

La vitesse effective du capitaine à la descente est de v + a (dans le même sens, les vitesses s'additionnent).

La vitesse effective du capitaine à la montée est de 3v – a (dans le même contraire, les vitesses se soustraient). Il est évident que 3v > a sinon il ne pourrait pas monter.

Deux équations peuvent être tirées de la descente :

1) $v = \frac{9}{t_1}$ 2) $v + a = \frac{x}{t_1}$

Deux équations peuvent être tirées de la montée :

3) $3v = \frac{54}{t_2}$ 4) $3v - a = \frac{x}{t_2}$

De (1), on tire que $t_1 = \frac{9}{v}$. Alors (2) devient $v + a = \frac{x \cdot v}{9} \Rightarrow a = \frac{x \cdot v}{9} - v$.

De (3), on tire que $t_2 = \frac{54}{3v} = \frac{18}{v}$. Alors (4) devient $3v - a = \frac{x \cdot v}{18} = 3v - \frac{x \cdot v}{9} + v = \frac{x \cdot v}{18}$.

En simplifiant par v, on a $3 - \frac{x}{9} + 1 = \frac{x}{18}$. On en tire que x = 24.

L'escalier roulant compte **<u>24 marches visibles</u>**.

Solution de Sébastien Python :

A la descente, le capitaine effectue 9 marches en t secondes, et l'escalier roulant « accomplit » x – 9 marches en t secondes.

A la montée le capitaine effectue 27 marches en t secondes, donc 54 marches en 2t secondes, et l'escalier roulant « accomplit » 2 (x – 9) marches en 2t secondes.

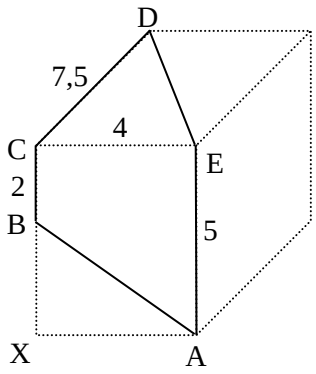
Alors, $54 - 2(x - 9) = x \Rightarrow x = 24$.

14. La fourmi

La fourmi a effectué le trajet suivant : ABCDEA.

XB = 3 cm.

Selon Pythagore, $AB^2 = AX^2 + BX^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow AB = 5$ cm.

Selon Pythagore, $DE^2 = CD^2 + CE^2 = 4^2 + 7{,}5^2 = 72{,}25 \Rightarrow DE = 8{,}5$ cm.

Distance parcourue par la fourmi : 5 + 2 + 7,5 + 8,5 + 5 = **<u>28 cm</u>**.