# 22e championnat des jeux mathématiques et logiques

Qualification régionale valaisanne – 14 novembre 2007

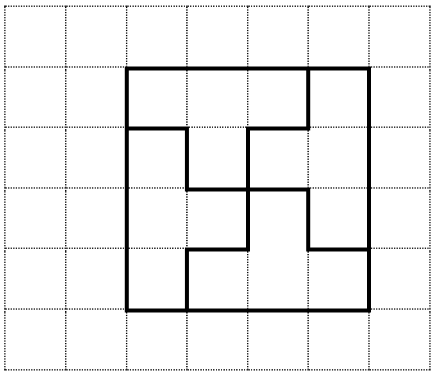
Solutions

**1. Les âges**

Isabelle a **<u>12 ans</u>** et Adèle, 21 ans. Les âges s'écrivent avec les mêmes chiffres et la somme donne bien 33.

**2. Le carré**

Voici une des deux possibilités :



**3. Les voitures**

40 est un multiple de 4 et de 5. Benoît a **<u>41voitures</u>**. Il va bien lui rester 1 voiture s'il les range en colonnes de 4 ou en colonnes de 5.

**4. Le compteur**

| Nombres affichés par le compteur | 09 | 68 | 69 |
|---|---|---|---|
| Nombres lus par Maurice | 60 | 89 | 69 |

Quand le compteur affiche 09, Maurice voit 60. Quand le compteur affiche 68, Maurice voit 89. Le nombre qui suit 68 est 69 (nombre affiché par le compteur). Maurice verra aussi **<u>69</u>**.

En faisant faire un demi-tour à cette feuille et en lisant les nombres affichés par le compteur, on verra, de droite à gauche, 60, 89 et 69.

**5. Le pré**

Comme le pré est carré, la longueur d'un petit rectangle est égale à 3 fois la largeur d'un petit rectangle. Alors, le périmètre d'un petit rectangle est égal à 8 fois la mesure de la largeur d'un petit rectangle.

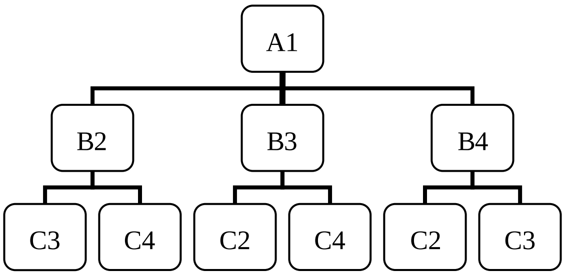
Largeur d'un petit rectangle = 200 : 8 = 25 m.

Comme le périmètre du carré est égal à 8 fois la mesure de la largeur d'un petit rectangle, alors il mesure **<u>300 m</u>** ($12 \cdot 25$).

### 6. Les pions

Si le premier pion est mis en A1, il y a, selon le schéma suivant, 6 possibilités différentes de mettre les 2 autres pions.

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| 1 | | | |
| 2 | | | |
| 3 | | | |
| 4 | | | |




Le même raisonnement peut être fait avec le premier pion mis en A2, puis en A3 et enfin en A4. Il va donc y avoir **<u>24 choix</u>** (6 · 4) différents possibles.

### 7. Les lampes

Il faut actionner les interrupteurs **<u>A, C et F</u>** (l'ordre n'a aucune importance).

En actionnant l'interrupteur A, les lampes 1, 3 et 5 s'allument.

En actionnant l'interrupteur C, la lampe 3 s'éteint et les lampes 4, 6 et 7 s'allument. Sont maintenant allumées les lampes, 1, 4, 5, 6 et 7.

En actionnant l'interrupteur F, les lampes 2 et 3 s'allument. Elles sont toutes allumées.

### 8. La pendule

Avance par semaine = 5' 36'' = 336'' (5 · 60 + 36)

Avance par jour = 336 : 7 = 48''

Avance par heure = 48 : 24 = 2''

Avance pour 5 heures = 10''

| Dim | Lun | Mar | Mer | Jeu | Ven | Ven |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 12 h | 12 h | 12 h | 12 h | 12 h | 12 h | 17 h |
| | + 48'' | + 96'' | + 144'' | + 192'' | + 240'' | + 250'' |

Comme 250'' = 4' 10'', le vendredi à 17 h, l'horloge affichera **<u>17 h 04' 10''</u>**.

### 9. Le cryptarithme

D'après la colonne de droite du cryptarithme, R = 0. On en déduit que M = 5 (la retenue maximale d'une somme de deux chiffres est 1). Alors G = 1. Comme G = 1, S = 2 ou 3. Si S = 3, N devient impossible (pas de retenue). Alors S = 2 et N = 6 (car 1 est déjà utilisé). On a maintenant la situation suivante :

$$\begin{array}{ccccccc} & 5 & A & 6 & 1 & E & 0 \\ + & 5 & A & 6 & 1 & E & 0 \\ \hline 1 & 0 & O & 2 & 2 & I & 0 \end{array}$$

Les chiffres disponibles sont 3, 4, 7, 8 et 9. I doit être inférieur à 10 (pas de retenue), alors E = 3 ou 4. E = 3 est impossible car I ne peut pas valoir 6. Alors E = 4 et I = 8. Il ne reste que les chiffres 3, 7 et 9. Comme il y a une retenue de 1 dans la colonne des A, alors A = 3 et O = 7.

GROSSIR représente alors **<u>1'072'280</u>**.

**10. Le coffre-fort**

Le 5ème chiffre ne peut être que 5 et le 6ème doit être 4 car 54 est le seul multiple de 6 qui convient. On a maintenant le code 1abc54def. Comme 4d est un multiple de 7, alors d = 2 ou 9. Si d = 2, alors e doit valoir 4 qui est déjà utilisé. Donc d = 9. Dans ce cas, e = 6 et f = 3. Il ne reste que les chiffres 2, 7 et 8.
a = 2 ou 8. Si a = 2, alors b = 7, mais c = 8 n'est pas possible. Donc a = 8, puis b = 7 et c = 2.

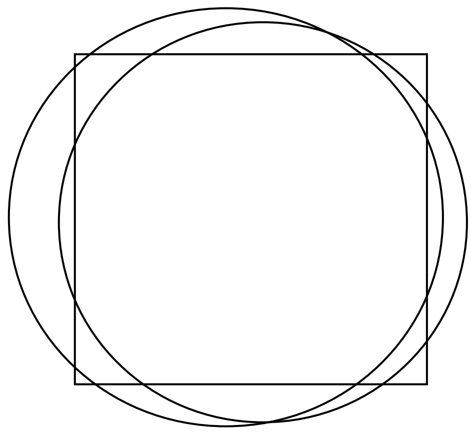
D'où le code : **187'254'963**.

**11. Les barres**

Voilà un superbe problème qui aurait pu être généralisé à un réseau de m carrés horizontaux par n carrés verticaux. Dans ce cas, la solution générale vaudrait m + n – 1. Ici, 7 + 4 – 1= **10**. En fait, il est possible de rendre le réseau indéformable en fixant les barres sur tous les carrés d'une ligne et sur tous les carrés d'une colonne.

**12. Les intersections**

**18 intersections**



**13. La course à pied**

Soit x, le nombre d'épreuves gagnées par le vainqueur.

Nombre d'épreuves non gagnées par le vainqueur = 16 – x.

Nombre maximum de points gagnés par le deuxième = 10 (16 – x) + 6 x = − 4x + 160 (1).

Si le vainqueur gagne 8 épreuves, les deux premiers pourraient obtenir le même nombre de points (8 premiers rangs et 8 deuxièmes rangs à chacun). Comme il n'y a pas d'ex aequo possible, le vainqueur doit avoir gagné 9 épreuves au minimum.

Si le vainqueur gagne 9 fois, le 2ème peut obtenir 124 points selon (1). Dans ce cas, le vainqueur peut gagner avec 125 points (par exemple avec 9 victoires, 5 deuxièmes rangs, 1 troisième rang et 1 sixième rang), mais ce n'est pas forcément le minimum de points qu'il peut obtenir.

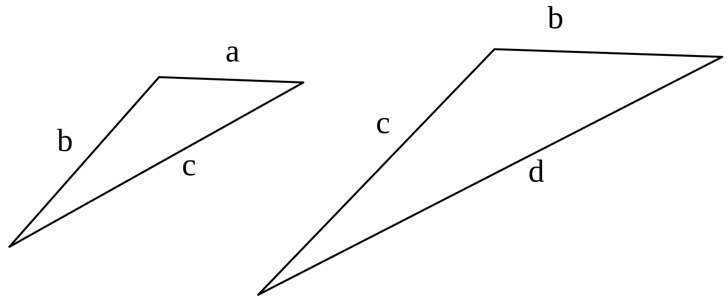
Si le vainqueur gagne 10 fois, le 2ème peut obtenir 120 points selon (1). Dans ce cas, le vainqueur peut gagner avec 121 points, mais ce n'est pas forcément le minimum de points qu'il peut obtenir.

Si le vainqueur gagne 11 fois, le 2ème peut obtenir 116 points selon (1). Dans ce cas, le vainqueur peut gagner avec 117 points (par exemple avec 11 victoires, 2 cinquièmes rangs et 3 sixièmes rangs).

Si le vainqueur gagne 12 fois, le 2ème peut obtenir 112 points selon (1). Dans ce cas, le vainqueur ne peut pas gagner avec moins de 117 points car il a déjà 120 points obtenus avec ses victoires.

**117 points** est donc le nombre minimum de points qui pourrait (*ce conditionnel est important*) permettre à un coureur de remporter le championnat dans les conditions imposées dans la donnée.

**14. Les champs**




Mettons à gauche, le champ de Vincent et à droite celui de Baptiste.

Il s'agit bien sûr de triangles semblables : $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$, avec a, b, c et d qui sont des nombres entiers.

Alors, ax = b, bx = c, cx = d. Donc $ax^2 = c$ et $ax^3 = d$.

Des propriétés des triangles, on tire que a + b > c et que b + c > d.

Si x = 1, alors a = b = c = d (impossible).

Si x = 2, alors b = 2a et c = 4a et a + b > c (impossible).

Donc x est compris entre 1 et 2.

Supposons x = 4/3. Alors $x^2 = 16/9$ et $x^3 = 64/27$. Les côtés étant des nombres entiers, la plus petite valeur de a vaudrait 27, comme le dénominateur de $x^3$ (puis b = 36, c = 48 et d = 64).

Si x = 3/2. Alors $x^2 = 9/4$ et $x^3 = 27/8$. Dans ce cas, a = 8 (dénominateur de $x^3$), b = 12, c = 18 et d = 27.

On a 8/12 = 12/18 = 18/27 et le périmètre cherché vaut **38 hm** (8 + 12 + 18)