

33e championnat des jeux mathématiques et logiques

Qualification régionale valaisanne - 28 novembre 2018

Solutions

1. La cible

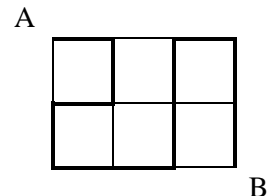
Solution : 3, 5 et 9

2. La machine à écrire

Solution : 825

3. La fourmi

La fourmi peut suivre, par exemple, le tracé dessiné avec des traits un peu plus épais. Elle passe par 11 côtés. Son chemin est donc de 11 cm.

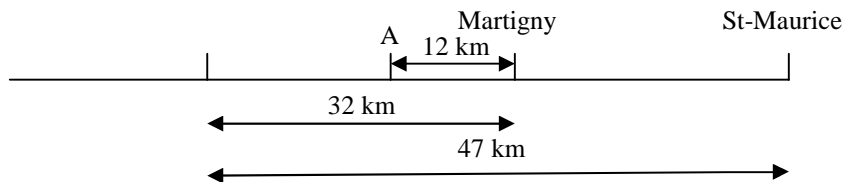


4. La voiture

Dans le croquis ci-dessous, le second panneau se trouve au point A.

Distance de Martigny à St-Maurice : $47 - 32 = 15$ km.

Distance du point A à St-Maurice : $15 + 12 = \underline{27}$ km.



5. Les bicyclettes

A : Nombre de bicyclettes

C : Nombre total de roues des tricycles

B : Nombre total de roues des bicyclettes

D : Nombre de tricycles

Dans chaque colonne le nombre total de roues des bicyclettes et de roues des tricycles doit être égal à 23.

A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
C	21	19	17	15	13	11	9	7	5	3
D	7	-	-	5	-	-	3	-	-	1

Comme il y a plus de bicyclettes que de tricycles, la seule réponse possible est 7 bicyclettes.

6. L'aquarium

Dans l'aquarium à moitié rempli, il y a 15 kg d'eau ($34,5 - 19,5$).

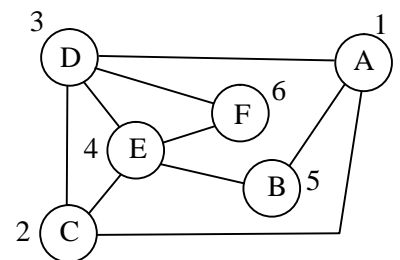
Cela veut dire que l'aquarium pèse 4,5 kg ($19,5 - 15$).

7. Les marmottes

A et C ne peuvent habiter qu'en 1 ou en 2, car ce sont les seules maisons d'où partent trois traits.

Essayons de mettre C dans la maison 1 et A dans la maison 2. Comme C et A sont déjà reliés, alors D ne peut aller qu'en 3. B va forcément en 4 et E en 5. Il ne reste plus qu'à mettre F en 6, ce qui ne joue pas car F ne peut pas aller chez B.

Il nous faut mettre A en 1, et C en 2. Alors, tout joue.



8. La balance

Selon la pesée du milieu les boules 7, 4, 9, 12, 6, 10, 3, 14, 5 et 1 sont de masses identiques.

Alors, selon la première pesée, la boule différente se trouve parmi les boules 13, 8 et 11 (plus lourdes) ou la boule 15 (plus légère).

Selon la pesée de droite, la boule différente se trouve parmi les boules 11 et 15 (plus lourdes) ou parmi les boules 13 et 8 (plus légères).

Une boule ne pouvant pas être à la fois parmi les plus lourdes et parmi les plus légères, les boules 13, 8 et 15 peuvent être éliminées. Il ne reste que la boule 11.

C'est la boule **11** qui est différente (elle est plus lourde que les autres).

9. Les bandes de papier

La zone ombrée est un losange. Alors, chaque côté du losange mesure 5,5 cm (22 : 4). La zone ombrée est également un parallélogramme. Aire : $3 \cdot 5,5 = \underline{16,5 \text{ cm}^2}$.

10. Les mille-pattes

Nombre total de chaussures à mettre : $750 \cdot 7 = 5250$ chaussures.

Nombre de chaussures mises en 15 secondes : $2 \cdot 5 + 5 \cdot 3 = 25$ chaussures.

Temps total : $5250 \cdot 15 : 25 = 3150$ secondes = **52 minutes et 30 secondes**.

11. L'horloger

Pour remonter sa montre, il tourne 15 fois le bouton par jour.

7 fois, c'est le nombre de rotations entre l'heure du coucher de la veille jusqu'à 10 heures, et 8 fois, c'est le nombre de rotations entre 10 heures et l'heure du coucher.

15 fois correspondent à 24 heures. Alors, 8 fois correspondent à 12,8 h.

$10 \text{ h} + 12,8 \text{ h} = 22,8 \text{ h} = \underline{22 \text{ h } 48 \text{ minutes}}$.

12. Le vestiaire

Désignons les T-shirts et pantalons par les initiales des prénoms.

La dernière affirmation nous apprend que Jacot n'a pas le T-shirt de Didier. Dans le tableau ci-dessous, D ne peut pas aller en (3,b).

Stéphane porte le T-shirt d'Emmanuel. On doit mettre E (1) chez Stéphane. Comme l'un d'eux a pris le T-shirt de Stéphane et le pantalon d'Yvan, on va trouver S et Y dans une des colonnes, la 3 ou la 4 ou la 5.

Essayons de mettre S et Y dans la colonne numéro 3. Comme S porte le pantalon de celui qui a pris par erreur le T-shirt de S et le pantalon d'Y, alors S porte le pantalon de J. On sait que J se retrouve avec le T-shirt du coureur qui a pris celui de D. Selon le tableau, J se retrouve avec le T-shirt de S qui aurait dû prendre celui de D. C'est impossible car S a pris le T-shirt de E. S et Y ne sont donc pas dans la colonne 3.

a		Yvan	Stéphane	Jacot	Didier	Emmanuel
b	T-shirt		E (1)	S (2)		
c	Pantalon		J (3)	Y (2)		
		1	2	3	4	5

Essayons de mettre S et Y dans la colonne 4. Comme J ne porte pas le T-shirt de D, alors D peut aller en (1,b) ou en (5,b). Essayons de le mettre en (5,b). Alors, E va forcément en (3,b), ce qui n'est pas possible car il y a déjà E en (2,b).

a		Yvan	Stéphane	Jacot	Didier	Emmanuel
b	T-shirt		E (1)	E (5)	S (2)	D (4)
c	Pantalon		D (3)		Y (2)	
		1	2	3	4	5

Essayons de mettre D en (1,b). Alors, Y doit aller en (3,b). La suite est facile à compléter.

a		Yvan	Stéphane	Jacot	Didier	Emmanuel
b	T-shirt	D (4)	E (1)	Y (5)	S (2)	J (6)
c	Pantalon	J (9)	D (3)	E (8)	Y (2)	S (7)
		1	2	3	4	5

C'est **Yvan** qui porte le T-shirt de Didier.

C'est **Jacot** qui porte le pantalon d'Emmanuel.

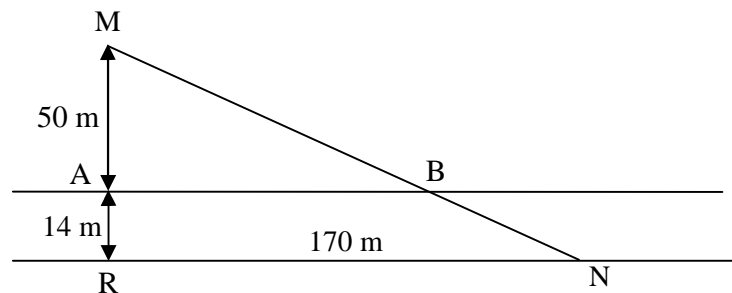
C'est **Emmanuel** qui porte le T-shirt de Jacot.

Il nous faut vérifier qu'il n'y a pas une autre solution en mettant S et Y dans la dernière colonne. Alors, Stéphane porte le pantalon d'Emmanuel, ce qui est impossible. Il n'y a bien qu'une seule solution.

	Yvan	Stéphane	Jacot	Didier	Emmanuel
T-shirt		E (1)			S (2)
Pantalon		E (3)			Y (2)
	1	2	3	4	5

13. Les fermes

On pourrait faire un dessin à l'échelle et dessiner le pont à plusieurs endroits. Chaque chemin comprend un premier tronçon qui va de M à la rivière. Il y a ensuite la rivière, puis le dernier tronçon qui va de la rivière à N. Il est évident que le chemin le plus court est celui où le premier tronçon est parallèle au dernier tronçon, c'est donc le segment MN. Faisons un croquis en enlevant la rivière.



Le pont doit être mis en B. On a alors $\frac{MR}{RN} = \frac{MA}{AB} \Rightarrow \frac{64}{170} = \frac{50}{AB} \Rightarrow AB \cong 132,812 \text{ m}$

Distance de A à B = **13281 cm**.

14. Les badges

Chacun sait que :

- 1) Si deux personnes se connaissent, alors elles ont le même nombre de connaissances.
- 2) Si deux personnes ont le même nombre de connaissances, alors elles se connaissent.
- 3) Si deux personnes ne se connaissent pas, elles n'ont pas le même nombre de connaissances.
- 4) Si deux personnes n'ont pas le même nombre de connaissances, alors elles ne se connaissent pas.

Si une personne ne connaît personne, il ne peut pas y avoir une autre personne qui ne connaît personne, car deux personnes ayant le même nombre de connaissances se connaîtraient.

Si deux personnes (a et b) se connaissent uniquement entre elles, elles ont une connaissance chacune. Il ne peut pas y avoir deux autres personnes (c et d) qui se connaissent uniquement entre elles, car si c'était le cas, c et d devraient aussi connaître a et b.

Si trois personnes se connaissent uniquement entre elles, elles ont deux connaissances chacune. Il ne peut pas y avoir trois autres personnes qui se connaissent uniquement entre elles.

Si quatre personnes se connaissent uniquement entre elles, elles ont trois connaissances chacune. Il ne peut pas y avoir quatre autres personnes qui se connaissent uniquement entre elles.

Si x personnes se connaissent uniquement entre elles, elles ont $x - 1$ connaissances chacune. Il ne peut pas y avoir x autres personnes qui se connaissent uniquement entre elles.

Sur cette île, il ne peut y avoir qu'une personne ne connaissant personne, que deux personnes connaissant une personne, que trois personnes connaissant deux personnes, que quatre personnes connaissant trois personnes, etc. Le nombre total de personnes est une somme de nombres entiers positifs, chacun d'eux ne pouvant être pris qu'une seule fois.

Cette somme pourrait être $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 61 + 62 = \frac{62 \cdot 63}{2} = 1953$ (1). Dans ce cas, il faudrait 62 badges différents.

Lucien qui connaît 118 personnes fait partie d'un groupe de 119 personnes.

Pour obtenir le maximum de badges, il nous faut un maximum de petits groupes.

Selon (1), on a $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 61 + 62 + 119$ (63 badges différents) = $1953 + 119$. Comme on ne peut pas enlever le groupe de 119, on enlève, par exemple, les groupes 62 et 57 dont la somme donne 119, et on alors **61 badges** différents pour un total de personnes égal à 1953.