

97. Le nombre mystérieux * ** ***

Dans ce jeu, nous n'utiliserons que nombres entiers naturels (0, 1, 2, 4, 5, ...). Il nous permettra de réaliser un sympathique tour de magie.

Dans la grille suivante, les nombres de la première ligne et de la première colonne (cases grises) ont été choisis au hasard. On complète les autres cases par ce que l'on appelle une table d'addition ($2 + 5 = 7$; $2 + 3 = 5$; $2 + 8 = 10$; $12 + 5 = 17$; etc.).

+	5	3	8
2	7	5	10
12	17	15	20
9	14	12	17

- a) Complétez la grille suivante en opérant de la même manière.

+	13	8	17	5
6				
10				
8				
4				

- b) Quelle est la somme des nombres des cases grises du tableau de a) ?

Dessinez une grille carrée de 16 cases et inscrivez les nombres trouvés dans les cases blanches de a) sans les changer de place. Entourez un nombre parmi les seize et tracez tous les nombres qui se trouvent sur la même ligne et sur la même colonne que le nombre entouré. Entourez un nombre qui n'est pas tracé ou déjà entouré et tracez tous les nombres qui se trouvent sur la même ligne et sur la même colonne que le deuxième nombre entouré. Répétez encore une fois la même opération. Il va forcément rester un seul nombre dans la grille. Entourez-le aussi.

- c) Quelle est la somme des quatre nombres entourés ? Que constatez-vous ? Expliquez pourquoi votre constatation n'est pas due au hasard.
- d) Ce « tour de magie » fonctionne pour toutes les grilles dont le nombre de lignes est égal au nombre de colonnes. Imaginez comment le faire.

Solutions

a)

+	13	8	17	5
6	19	14	23	11
10	23	18	27	15
8	21	16	25	13
4	17	12	21	9

b) Somme des nombres des cases grises : **71** ($13 + 8 + 17 + 5 + 6 + 10 + 8 + 4$).

c) Voici la grille après élimination des cases grises.

19	Ⓚ	23	11
23	18	27	Ⓛ
21	16	Ⓜ	13
Ⓝ	12	21	9

En suivant les consignes, supposons que l'on ait entouré successivement le nombre 25, puis le 14, puis le 17 et enfin le 15. Ces quatre nombres appartiennent forcément à quatre colonnes différentes et à quatre lignes différentes et leur somme est égale à **71**, soit la somme des huit nombres des cases grises. Quels que soient les nombres entourés, cette somme vaudra toujours 71. Ce n'est pas un hasard. Dans notre exemple, 14 est la somme de 6 et 8. Or, 6 est le nombre de la case grise sur la même ligne que 14 et 8 est le nombre de la cases grise sur la même colonne que 14. 25 avait été obtenu en

additionnant 8 et 17. Etc. Comme toutes les lignes et toutes les colonnes sont représentées par nos nombres entourés, la somme des nombres entourés est forcément égale à la somme des cases grises.

d) On dessine une grille avec n lignes et n colonnes et on construit la table d'addition, à partir des nombres entiers naturels notés dans la première ligne et la première colonne (cases grises). On calcule la somme des nombres des cases grises et on retient ce nombre. On construit ensuite une autre grille en éliminant la première ligne et la première colonne. On donne cette autre grille à quelqu'un et, sans regarder ce que fait cette personne, on lui demande d'entourer un nombre et de tracer les nombres qui sont sur la même ligne et la même colonne que ce nombre entouré. On lui demande ensuite d'entourer un autre nombre non entouré ni tracé, et de tracer les nombres qui sont sur la même ligne et la même colonne que lui. On demande à la personne de recommencer cette opération jusqu'à ce qu'il ne reste qu'un seul nombre qui sera lui aussi entouré. Ensuite, on demande à cette personne de faire la somme de tous les nombres entourés, sans donner la réponse, et, par un tour de magie, on lui donne cette somme.