

93. La suite des nombres naturels impairs ! * ** ***

Considérons la suite des nombres naturels impairs : 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, etc.

- a) Quelle est la somme des deux premiers nombres de cette suite ?
- b) Quelle est la somme des trois premiers nombres de cette suite ?
- c) Quelle est la somme des quatre premiers nombres de cette suite ?
- d) Quelle est la somme des nombres de cette suite lorsqu'elle va de 1 à 19 ?
- e) Combien y a-t-il de nombres dans cette suite lorsqu'elle va de 1 à n ?
- f) Quelle est la somme des nombres de cette suite lorsqu'elle va de 1 à n ?
- g) Quelle est la somme des nombres de cette suite lorsqu'elle va de 1 à 333 ?
- h) Quelle est la somme des nombres de cette suite lorsqu'elle va de 17 à 85 ?

Solutions

a) $1 + 3 = \underline{4}$. b) $1 + 3 + 5 = \underline{9}$. c) $1 + 3 + 5 + 7 = \underline{16}$.

d) Construisons le tableau suivant :

Suite	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
Somme	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

La somme cherchée est 100.

Il aurait été possible de regrouper les termes : 1 et 19 ; 3 et 17 ; 5 et 15 ; 7 et 13 ; 9 et 11. Ce qui fait $5 \cdot 20 = 100$.

e) On constate dans le tableau fait en d) que de 1 à 7, il y a 4 nombres, que de 1 à 15, il y a 8 nombres, etc. Alors, de 1 à n, il y a $\frac{n+1}{2}$ nombres.

f) $\left(\frac{n+1}{2}\right)^2$.

g) Appliquons la formule trouvée en f) : $\left(\frac{333+1}{2}\right)^2 = \underline{27'889}$.

h) Somme des nombres de notre suite, de 1 à 85 : $\left(\frac{85+1}{2}\right)^2 = 1849$.

Somme des nombres de notre suite, de 1 à 15 : $\left(\frac{15+1}{2}\right)^2 = 64$.

Somme des nombres de cette suite lorsqu'elle va de 17 à 85 : $1849 - 64 = \underline{1785}$.