

90. Un carré magique étonnant ! ** ***

Soit un carré composé lui-même d'un certain nombre de cases carrées ayant toutes la même grandeur. Un tel carré est dit magique lorsque, après avoir mis un seul nombre dans chacune des cases, la somme de chaque ligne, de chaque colonne et des deux diagonales, est toujours la même. Cette somme (S) est appelée densité.

Annie a réussi à trouver un carré magique composé uniquement de nombres premiers, tous différents, et dont la densité est la plus petite possible. Complétez son carré magique dont trois nombres sont déjà donnés.

Rappel : 1 n'est pas un nombre premier.

71	89	
5		

Solution

La somme de chaque ligne est égale à S . Cela signifie que la somme des neuf nombres de notre carré magique vaut $3S$. Par conséquent, la densité est un multiple de 3. Soit a et b , deux cases de notre carré magique.

71	89	a
5		
b		

Si $a = 2$, alors $S = 162$ ($71 + 89 + 2$). Dans ce cas, $b = 86$ ($162 - 71 - 5$). Ce cas est impossible car b doit être un nombre premier.

Si $a = 3$, alors $S = 163$. C'est impossible car S n'est pas un multiple de 3.

On n'essaie pas $a = 5$, car 5 se trouve déjà dans notre carré magique.

Si $a = 7$, alors $S = 167$. C'est impossible car S n'est pas un multiple de 3.

Si $a = 11$, alors $S = 171$. Dans ce cas, $b = 95$. Cas impossible car b n'est pas un nombre premier.

Si $a = 13$, alors $S = 173$. C'est impossible car S n'est pas un multiple de 3.

Si $a = 17$, alors $S = 177$. Dans ce cas, $b = 101$. Mettons 17 et 101 dans le carré magique.

71	89	17
5		
101		

Si $S = 177$, alors le nombre de la case centrale vaut 59 ($177 - 101 - 17$). On peut ensuite compléter aisément notre carré magique.

71	89	17
5	59	113
101	29	47