84. La roue de la fortune ! ***

Cet exercice devrait permettre à tout un chacun de faire une petite excursion dans le domaine des probabilités.

Rappelons que la probabilité (P) qu'un événement se réalise est le rapport entre le nombre de possibilités qu'il a de se produire (cas favorables) et le nombre total de possibilités (cas possibles).

$$P = \frac{\text{Nombre de cas favorables}}{\text{Nombre de cas possibles}}$$

La roue de la fortune de ce jeu ne compte que cinq nombres : 1, 2, 3, 4 et 5.

Aujourd'hui, les participants ne peuvent faire tourner la roue qu'une seule fois. Quelle est la probabilité, en pourcent, qu'au moins deux d'entre eux obtiennent le même numéro ?

a) S'il n'y a que deux joueurs.
b) S'il n'y a que trois joueurs.
c) S'il n'y a que quatre joueurs.
d) S'il n'y a que cinq joueurs.
e) S'il n'y a que six joueurs.

Solutions

Dans notre exercice, si le premier joueur obtient 3, que le 2ème obtient 2 et que le 3ème obtient 5, on écrit ce cas, par souci de simplification, 325.

Dans notre exercice, 325 ≠ 235 ≠ 523, etc.

a) Nombre de cas possibles : $5^2 = 25$. On pourrait les dénombrer : 11, 12, 13, 14, 15, 21, 22, 23, 24, 25, 31, 32, etc.
Nombre de cas favorables : 5. Ce sont 11, 22, 33, 44, 55.
Probabilité : 5/25 = 0,2 = **<u>20 %</u>**.

b) Nombre de cas possibles : $5^3 = 125$.
Nombre de cas favorables : 65 $(13 \cdot 5)$. Il y en a 13 commençant par 1 : 111, 112, 113, 114, 115, 121, 122, 131, 133, 141, 144, 151, 155. Il y en a 13 qui commencent par 2, puis 13 qui commencent par 3, etc.
Probabilité : 65/125 = 0,52 = **<u>52 %</u>**.

c) Nombre de cas possibles : $5^4 = 625$.
Le nombre de cas favorables devient plus difficile à dénombrer. Par contre, il est assez facile de dénombrer le nombre de cas défavorables, c'est-à-dire le nombre de nombres de 4 chiffres tous différents.
Si le premier chiffre est 1, le 2ème est 2 ou 3 ou 4 ou 5 (4 possibilités). Si le 2ème est 3, le 3ème est 2 ou 4 ou 5 (3 possibilités). Si le 3ème est 5, le 4ème est 2 ou 4 (2 possibilités).
Il y a donc 24 cas défavorables commençant par 1 $(1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2)$.
Il y a aussi 24 cas défavorables commençant par 2. Etc.
Le nombre total de cas défavorables est 120 $(24 \cdot 5)$.
On aurait pu généraliser. Soit abcd, un des nombres de 4 chiffres tous différents. Il y a 5 choix possibles pour le chiffre a. A chacun des chiffres a, il y a 4 choix possibles pour le

chiffre b. A chacun des chiffres b, il reste 3 choix possibles pour le chiffre c, et à chacun des chiffres c, il reste 2 choix possibles pour le chiffre d. D'où 120 cas défavorables $(5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2)$.
Bien entendu, le nombre de cas favorables plus le nombre de cas défavorables est égal au nombre de cas possibles.
Alors, le nombre de cas favorables est 505 (625 – 120).
Probabilité : 505/625 = 0,808 = **80,8 %**.

d) Nombre de cas possibles : $5^5 = 3125$.
Soit abcde, un des nombres de 5 chiffres tous différents. Il y a 5 choix possibles pour le chiffre a. A chacun des chiffres a, il y a 4 choix possibles pour le chiffre b. A chacun des chiffres b, il reste 3 choix possibles pour le chiffre c. A chacun des chiffres c, il reste 2 choix possibles pour le chiffre d, et à chacun des chiffres d, il ne reste plus qu'une seule possibilité pour le chiffre e. Alors, le nombre de cas défavorables est 120 $(5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)$.
Nombre de cas favorables : 3125 – 120 = 3005.
Probabilité : 3005/3125 = 0.9616 = **96,16 %**.

e) Avec six joueurs la probabilité cherchée est forcément de **100 %**, car il n'existe pas de cas défavorables.