

49. Un tour de magie * **

Demandez à un ami d'écrire un nombre entier positif de trois chiffres, sans que vous puissiez avoir connaissance de ce nombre. Demandez-lui de vous donner le premier et le dernier chiffre du nombre qu'il a écrit, dans l'ordre qu'il souhaite.

Expliquez à votre ami que, par convention, le « retourné » du nombre abc est cba. Par exemple, le « retourné » de 439 est 934.

Demandez à votre ami d'écrire le « retourné » de son nombre, toujours sans que vous puissiez avoir connaissance de ce qu'il écrit. Demandez-lui de soustraire le plus petit des deux nombres du plus grand.

A ce moment-là, comme par magie, vous lui donnez le résultat de cette soustraction. Comment avez-vous fait ?

Solution

Votre ami vous donne deux chiffres : a et c, ou c et a.

Faites la soustraction entre le plus grand et le plus petit des nombres a et c. Appelons d le résultat de cette soustraction. Il suffit de multiplier d par 99 pour obtenir le résultat cherché.

Pour qu'un tour de magie soit efficace, les calculs doivent être effectués rapidement et mentalement. Rappel : $d \cdot 99 = d \cdot 100 - d$.

Exemple : votre ami choisit 347. Il vous donne 3 et 7 (ou 7 et 3). Il écrit le « retourné » de 347, soit 743 et effectue la soustraction suivante : $743 - 347 = 396$.

Vous faites $7 - 3 = 4$ et vous multipliez 4 par 99 ($4 \cdot 100 - 4$) pour obtenir également 396.

Pourquoi ça marche ?

Soit abc, un nombre de trois chiffres. $abc = 100a + 10b + c$.

Le « retourné » de abc est cba = $100c + 10b + a$.

Si abc est plus grand que cba, on a :

$$abc - cba = 100a + 10b + c - 100c - 10b - a = 99a - 99c = 99(a - c).$$

Si cba est plus grand que abc, on a :

$$cba - abc = 100c + 10b + a - 100a - 10b - c = 99c - 99a = 99(c - a).$$