

46. Objectif 2015 ! **

On souhaite atteindre 2015, à partir de 1, en n'utilisant que trois opérations : ajouter 1 ou ajouter 2 ou multiplier par 3. Chaque opération constitue une étape.

Combien d'étapes faut-il, au minimum, pour atteindre 2015 ?

Solution

Le plus simple est de faire les opérations en allant de 2015 à 1. Dans ce cas, ajouter 1 doit être remplacé par enlever 1, ajouter 2 doit être remplacé par enlever 2 et multiplier par 3 doit être remplacé par diviser par 3. Pour un minimum d'étapes, il faut utiliser un maximum de fois la division par 3.

Rappel : un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3. Ainsi, 2013 est divisible par 3 car $2 + 0 + 1 + 3 = 6$ et 6 est divisible par 3.

Le plus grand nombre divisible par 3 et inférieur à 2015 est 2013. On va donc commencer par enlever 2 à 2015. La suite est donnée ci-dessous à gauche. À droite, on a les 12 opérations qui permettent d'atteindre 2015 en un minimum d'étapes.

$2015 - 2 = 2013$	1) $1 + 1 = 2$
$2013 : 3 = 671$	2) $2 \cdot 3 = 6$
$671 - 2 = 669$	3) $6 + 2 = 8$
$669 : 3 = 223$	4) $8 \cdot 3 = 24$
$223 - 1 = 222$	5) $24 \cdot 3 = 72$
$222 : 3 = 74$	6) $72 + 2 = 74$
$74 - 2 = 72$	7) $74 \cdot 3 = 222$
$72 : 3 = 24$	8) $222 + 1 = 223$
$24 : 3 = 8$	9) $223 \cdot 3 = 669$
$8 - 2 = 6$	10) $669 + 2 = 671$
$6 : 3 = 2$	11) $671 \cdot 3 = 2013$
$2 - 1 = 1$	12) $2013 + 2 = 2015$

Il faut **12 étapes**, au minimum, pour atteindre 2015.