

## 119. Les pirates \*\*\*\*

Onze pirates tiennent un conciliabule en pleine mer, aussitôt après s'être emparé dans une embarcation ennemie d'un butin de 20 pièces d'or.

Pour partager leurs pièces d'or, ils décident d'abord de se numéroter de 1 à 11, par tirage au sort. Ensuite, le numéro 11 proposera une première répartition de partage qui sera soumise au vote des onze pirates. Cette proposition sera acceptée uniquement si la majorité absolue des trois quarts des pirates disent oui à la proposition. Si elle est rejetée, le numéro 11 sera jeté à la mer et le numéro 10 proposera une nouvelle répartition de partage qui sera soumise au vote des dix pirates restants. Cette proposition sera acceptée uniquement si la majorité absolue des trois quarts des pirates restants approuvent la proposition. Si elle est rejetée, le numéro 10 sera jeté à la mer et le numéro 9 proposera une nouvelle répartition de partage selon le même principe que précédemment.

Etonnamment, chaque pirate est un excellent logicien qui n'acceptera une répartition du butin que si elle lui assure d'obtenir plus de pièces qu'il ne peut espérer en recevoir lors d'une autre répartition et il fera tout pour en avoir un maximum. Les pirates ne passent jamais d'accord entre eux quand il s'agit de se partager un butin.

Combien de pièces va pouvoir être assuré de recevoir le pirate qui en recevra le plus ?

Quel est le numéro de ce pirate ?

Note : Définition de la majorité des trois quarts du nombre  $x$  de pirates :

- Si le résultat des trois quarts de  $x$  est un nombre entier  $a$ , alors la majorité absolue est  $a$ .
- Si le résultat des trois quarts de  $x$  est  $b$  qui n'est pas un nombre entier, alors la majorité absolue est le nombre entier immédiatement supérieur à  $b$ .

### Solution

Dans le tableau suivant, on trouve le nombre minimum de pirates formant une majorité des trois quarts (ligne B), en fonction du nombre de pirates votants (ligne A).

A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
B	1	2	3	3	4	5	6	6	7	8	9

S'il ne reste qu'un seul pirate à pouvoir voter, il empoche naturellement les 20 pièces d'or.

S'il ne reste que deux pirates à pouvoir voter (les numéros 1 et 2), le numéro 1 empoche les 20 pièces d'or car il lui suffira de rejeter la proposition de partage du numéro 2.

S'il ne reste que trois pirates à pouvoir voter (les numéros 1, 2 et 3), le numéro 1 empoche les 20 pièces d'or car il lui suffira de rejeter la proposition de partage du numéro 3.

Le tableau suivant nous montre les propositions des pirates, à partir du numéro 4.

Pirates	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
4	0	1	1	18							
5	1	2	2	0	15						
6	2	3	3	1	0	11					
7	3	4	4	2	1	0	6				
8	4	5	0	3	2	1	0	5			
9	5	0	1	4	3	2	1	0	4		
10	0	1	2	5	4	3	2	1	0	2	
11	1	2	3	0	0	4	3	2	1	3	1

S'il ne reste que quatre pirates à pouvoir voter (les numéros 1 à 4), le numéro 4 proposera 1 pièce au numéro 2, 1 pièce au numéro 3 et 18 pièces pour lui. Il obtiendra ainsi l'accord des numéros 2 et 3 qui savent que cette proposition est la meilleure pour eux.

S'il ne reste que cinq pirates à pouvoir voter (les numéros 1 à 5), le numéro 5 proposera 1 pièce au numéro 1, 2 pièces au numéro 2, 2 pièces au numéro 3 et 15 pièces pour lui. Il obtiendra ainsi l'accord des numéros 1, 2 et 3 qui savent que cette proposition est la meilleure pour eux.

Et ainsi de suite.

A chaque proposition, seuls les pirates se voyant proposer 0 pièce refuseront la proposition de répartition des pièces, ce qui permet à chaque pirate d'obtenir la majorité des trois quarts.

Le pirate numéro 8 aurait pu proposer 0 pièce au numéro 2 et 5 pièces au numéro 3, mais cela ne change rien à la suite.

Le proposition du numéro 11 montre que c'est le pirate **numéro 6** qui va recevoir le plus de pièces d'or. Il en recevra **4**. Et aucun pirate n'est jeté à la mer 😊.