

118. Les ragots * ** ***

Les commères adorent se partager leurs ragots et elles le font uniquement par téléphone pour qu'on ne les surprenne pas dans leurs bavardages. Les commères n'ont jamais d'abonnement téléphonique permettant une conversation avec plusieurs personnes en même temps.

Combien de coups de fil sont nécessaires, au minimum, pour que les commères puissent partager tous leurs ragots :

- a) Si elles sont 3 ?
- b) Si elles sont 4 ?
- c) Si elles sont 5 ?
- d) Si elles sont 6 ?

Solutions

Les ragots de la commère A sont notés par la lettre a, ceux de la commère B par la lettre b, etc.

Les ragots connus de chaque commère sont écrits dans les cases grisées des tableaux.

Il est possible d'arriver aux solutions pas d'autres chemins que ceux donnés ci-après.

- a) A téléphone à B (A-B). Elles se racontent leurs ragots. A et B connaissent les ragots a et b (a-b).
A téléphone à C (A-C). A et C connaissent maintenant les ragots a, b et c (a-b-c).
C téléphone à B (C-B).

Il faut au minimum **3 coups de fil** pour que chacune puisse prendre connaissance de tous les ragots.

		A	B	C
1	A-B	a-b	a-b	c
2	A-C	a-b-c	a-b	a-b-c
3	C-B	a-b-c	a-b-c	a-b-c

- b) Voici comment les 4 commères pourraient partager leurs ragots :

		A	B	C	D
1	A-B	a-b	a-b	c	d
2	C-D	a-b	a-b	c-d	c-d
3	A-C	a-b-c-d	a-b	a-b-c-d	c-d
4	B-D	a-b-c-d	a-b-c-d	a-b-c-d	a-b-c-d

4 coups de fil suffisent pour que les 4 commères soient au courant de tous les ragots.

- c) Voici comment les 5 commères pourraient partager leurs ragots :

		A	B	C	D	E
1	A-B	a-b	a-b	c	d	e
2	A-C	a-b-c	a-b	a-b-c	d	e
3	D-E	a-b-c	a-b	a-b-c	d-e	d-e
4	A-D	a-b-c-d-e	a-b	a-b-c	a-b-c-d-e	d-e
5	C-E	a-b-c-d-e	a-b	a-b-c-d-e	a-b-c-d-e	a-b-c-d-e
6	C-B	a-b-c-d-e	a-b-c-d-e	a-b-c-d-e	a-b-c-d-e	a-b-c-d-e

Il faut au minimum **6 coups de fil** pour que les 6 commères sachent tous les ragots.

d) Voici comment les 6 commères pourraient partager leurs ragots :

		A	B	C	D	E	F
1	A-B	a-b	a-b	c	d	e	f
2	C-D	a-b	a-b	c-d	c-d	e	f
3	E-F	a-b	a-b	c-d	c-d	e-f	e-f
4	A-C	a-b-c-d	a-b	a-b-c-d	c-d	e-f	e-f
5	A-E	a-b-c-d-e-f	a-b	a-b-c-d	c-d	a-b-c-d-e-f	e-f
6	C-F	a-b-c-d-e-f	a-b	a-b-c-d-e-f	c-d	a-b-c-d-e-f	a-b-c-d-e-f
7	A-B	a-b-c-d-e-f	a-b-c-d-e-f	a-b-c-d-e-f	c-d	a-b-c-d-e-f	a-b-c-d-e-f
8	A-D	a-b-c-d-e-f	a-b-c-d-e-f	a-b-c-d-e-f	a-b-c-d-e-f	a-b-c-d-e-f	a-b-c-d-e-f

Il faut au minimum **8 coups de fil** pour que les commères puissent partager tous leurs ragots.

Notons que si n représente le nombre de commères et qu'il y en a au moins 4, alors le nombre minimum de coups de fil est égal à $2n - 4$.