20e championnat des jeux mathématiques et logiques

Qualification régionale valaisanne – 16 novembre 2005

Solutions

1. La lettre

La lettre v a été remplacée par **c**. (J'aime les championnats de mathématiques)

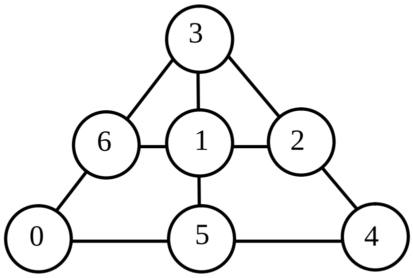
2. La suite logique

Les deux nombres manquants sont **28 et 36**. A partir du nombre 1, on ajoute 2, puis 3, puis 4, puis 5, puis 6, puis 7, etc.

3. Les pièces de 2 francs

Le montant donné avec les pièces de 2 fr. est pair et plus grand que 23 fr. Comme le vendeur n'a que des pièces de 5 francs, ce montant vaut 28 fr. Je lui donne **14 pièces** de 2 fr. et il me rend 1 pièce de 5 fr.

4. Les nombres

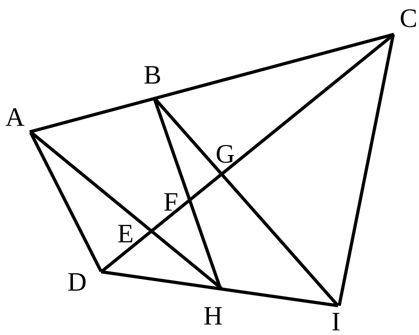


5. Les pommes

Puisque le panier A contient deux fois plus de pommes que le panier B, le voleur doit prendre deux fois plus de pommes dans le panier A que dans le panier B. Il doit donc prendre **12 pommes** dans le panier A et 6 pommes dans le panier B. Il suffit de vérifier avec quelques exemples pris au hasard pour voir que cela fonctionne toujours.
Si le panier A contient 40 pommes, le panier B en contient 20. Après le vol, il reste 28 pommes dans le panier A et 14 pommes dans le panier B.

6. Les triangles

Les **16 triangles** sont : ABH, ACD, ACE, ADE, ADH, BCF, BCG, BCI, BFG, BHI, CDI, CGI, DEH, DFH, DGI et EFH



7. Les années

Organisons les affirmations dans l'ordre suivant :

a) Arnaud (A) est né entre 1993 et 1996

b) Arnaud et Elodie (E) sont côte à côte

c) Dorothée (D) et Elodie ont une année d'écart

d) Carine (C) est plus jeune que Dorothée

e) Benoît (B) est né une année impaire

A est né en 94 ou 95. Si A est né en 94, E est née en 93 ou 97. Si E est née en 93, D est née en 92, ce qui est impossible. Si E est née en 97, D est née en 98. Dans ce cas, il n'y a plus d'année possible pour C.
Avec A qui est né en 1995, tout fonctionne.

Arnaud : 1995 **Carine : 1998** **Benoît : 1997** **Dorothée : 1994**

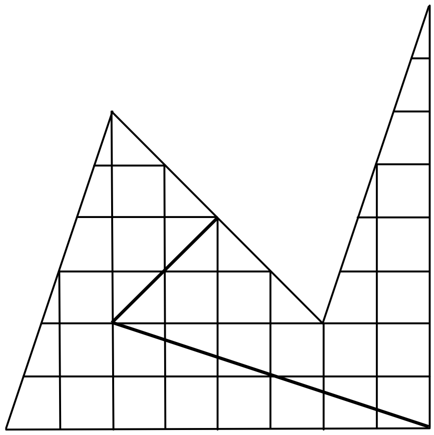
8. Les ambulances

100, 200, 201, 210, 300, 301, 302, 310, 311, 320, etc. Il y a 1 ambulance dont le numéro commence par 1, 3 ambulances dont le numéro commence par 2, 6 ambulances dont le numéro commence par 6, etc. On a 1 + 2 = 3, 3 + 3 = 6, 6 + 4 = 10, 10 + 5 = 15, 15 + 6 = 21, etc.

Nombre total d'ambulances : 1 + 3 + 6 + 10 +… + 45 = **<u>165 ambulances</u>**.

9. Le partage

8 carreaux sur le bas et 8 carreaux sur la droite, cela peut aider à trouver la solution.



10. Les âges

Les solutions peuvent être trouvées par tâtonnement ou par équations.

x = âge du père y = âge de la mère t = âge du fils

Le total des âges passant de 60 à 120, chacun aura 20 ans de plus. On a alors les 3 équations suivantes :

1) x + y + t = 60 2) x = 6t 3) x + 20 = (t+20) 2

On remplace les x des équations 1 et 2 par 6t. On obtient 7t + y = 60 et 6t + 20 = 2t + 40. De cette dernière équation, on tire que t = 5. Alors x = 30 et y = 25.

Actuellement, le père a **<u>30 ans</u>** et la mère **<u>25 ans</u>**.

11. Les nombres

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, **9**, 10, 11, 12, 13, … 1**9**, 20, 21, 22, 23, … 2**9**, 30, 31, 32, 33, … 3**9**, 40, 41, 42, 43, … 4**9**, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 5**7**, 5**8**, **59**, **60**

De 1 à 60, il y a 111 chiffres (les 9 premiers = 9 chiffres, les 51 suivants = 102 chiffres). Comme 100 doivent être barrés, il faut en garder 11. Dans la liste ci-dessus, on garde les onze qui sont en gras.

Le nombre cherché est **<u>99'999'785'960</u>**.

12. Les trous

Il s'agit d'un problème de débit.

Débit de Benoît = dB, débit de Maxime = dM et débit de Florian = dF.

dB + dM = 1 trou en 4 jours, soit dB + dM = 1/4

dF + dB = 1 trou en 3 jours, soit dF + dB = 1/3

dM + dF = 1trou en 2, soit dM + dF = 1/2

3 équations à 3 inconnues. La résolution de ce système d'équations donne dB = 1/24.

Benoît a besoin de **<u>24 jours</u>** pour creuser un trou tout seul.

13. Le petit Poucet

Dans l’énoncé, le mot maximum ainsi que le fait qu’il y ait plus de 20 cailloux dans chaque boîte ajoutent de la difficulté à la recherche. En fait, il restera toujours 6 cailloux. La meilleure façon de s’en convaincre est d’essayer quelques parties. En voici une dans laquelle on a mis au départ 7, 20, 3 et 5 cailloux (ligne 1).

En gras, ce sont les cailloux de la boîte qui distribue.

La boîte A distribue les premiers cailloux. Comme elle en a 7, la boîte B en reçoit 2, de même que la boîte C et D. La boîte A en reçoit 1 mais elle doit le jeter. C’est pourquoi il est noté 1-0 dans la ligne 2.

Ce sont ensuite les 22 cailloux de la boîte B qui sont distribués. Les boîtes A et B en reçoivent 5 et les boîtes C et D en reçoivent 6. Le contenu de la boîte B est éliminé (5-0).

Ce sont ensuite les 11 cailloux de la boîte C qui sont distribués. Etc.

Avant la distribution des cailloux de la boîte B (ligne 2), A possède 0 caillou. Avant la distribution des cailloux de la boîte C (ligne 3), B possède 0 caillou. La manière de distribuer les cailloux fait qu’à partir de la 4ème ligne, on aura toujours ceci : contenu de la boîte qui distribue > contenu de la boîte suivante > contenu de la boîte suivante, etc.

4ème ligne : 16 > 8 > 3 > 0

5ème ligne : 12 > 7 > 4 > 0

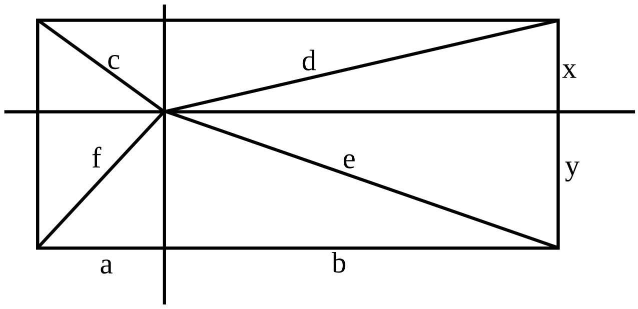
6ème ligne : 10 > 7 > 3 > 0, etc.

Le jeu s’arrêtera forcément lorsque la boîte qui a servi à distribuer les cailloux contient exactement 3 cailloux. A la 16ème ligne, on a 3 > 2 > 1 > 0. Il y a 6 cailloux au total. Le coup suivant le jeu s’arrête car D n’a plus rien à jeter. D a distribué ses 3 cailloux. Il y a toujours **6 cailloux** au moment de l’arrêt du jeu.

	Nombre de cailloux dans les boîtes			
Lignes	A	B	C	D
1	**7**	20	3	5
2	1-0	**22**	5	7
3	5	5-0	**11**	13
4	8	3	2-0	**16**
5	**12**	7	4	4-0
6	3-0	**10**	7	3
7	2	2-0	**10**	6
8	5	2	2-0	**9**
9	**8**	4	2	2-0
10	2-0	**6**	4	2
11	1	1-0	**6**	4
12	3	1	1-0	**6**
13	**5**	3	1	1-0
14	1-0	**5**	2	1
15	1	1-0	**4**	2
16	2	1	1-0	**3**
17	3	2	1	0

Nombre de cailloux distribués dans les boîtes			
A	B	C	D
1	2	2	2
5	5	6	6
3	3	2	3
4	4	4	4
3	3	3	3
2	2	3	3
3	2	2	3
3	2	2	2
2	2	2	2
1	1	2	2
2	1	1	2
2	2	1	1
1	2	1	1
1	1	2	1
1	1	1	1
1	1	1	0

14. Le parchemin



D’après Pythagore, on a :
$x^2 + a^2 = c^2$
$y^2 + a^2 = f^2$
$x^2 + b^2 = d^2$
$y^2 + b^2 = e^2$.
On a alors $y^2 + a^2 + x^2 + b^2 = x^2 + a^2 + y^2 + b^2 \Rightarrow f^2 + d^2 = c^2 + e^2 \Rightarrow 20^2 + 22^2 = 10^2 + e^2 \Rightarrow$
e = **<u>28 m</u>**.