Curiosités

$\frac{1}{2}=\frac{6729}{13458}$. La fraction équivalente à 1/2 est écrite avec les chiffres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, et 9, chacun des chiffres n'apparaissant qu'une seule fois. De la même manière, on a:

$$\frac{1}{3}=\frac{5823}{17469} \qquad \frac{1}{4}=\frac{4392}{17568} \qquad \frac{1}{5}=\frac{2769}{13845} \qquad \frac{1}{6}=\frac{2943}{17658}$$

$$\frac{1}{7}=\frac{2394}{16758} \qquad \frac{1}{8}=\frac{3187}{25496} \qquad \frac{1}{9}=\frac{6381}{57429}$$

Questions sans réponses : Y a-t-il d’autres manières d’écrire ces fractions tout en gardant les mêmes contraintes ? Pourrait-t-on faire de même avec 1/10, 1/11, … ?

Source : Gérard Charrière (L’algèbre mode d’emploi)

****

Une chopine ou fillette ou demi-bouteille contient 0,375 l. Une bouteille 0,75 l. Un magnum 1,5 l. Un jéroboam 3 l. Un réhoboam 4,5 l. Une impériale ou mathusalem 6 l. Un salmanazar 9 l. Un balthasar 12 l. Un nabuchodonosor 15 l.

****

Shakespeare et Cervantès sont morts à la même date: le 23 avril 1616. Et pourtant ce ne fut pas le même jour! Cervantès mourut le premier le samedi 23 avril du calendrier grégorien et Shakespeare mourut dix jours plus tard, le mardi 23 avril du calendrier julien.

Source : Gérard Charrière (L’algèbre mode d’emploi)

****

Si l’on contracte les 4500 millions d’années de la Terre en une année, l’espérance de la vie d’un être humain n’est plus que d’une demi-seconde. En imaginant que la Terre s’est formée le 1er janvier, notre « ancêtre » Lucy, qui vécut il y a quelques trois millions d’années, débarque dans cette chronologie le 31 décembre vers 18 h et l’homme de Cro-Magnon vers 23 h 57.

****

73'939'133 est un nombre premier. Tous les nombres obtenus en supprimant, depuis la droite, un chiffre après l’autre de ce nombre sont également premier. C’est, paraît-il, le plus grand nombre ayant cette propriété.

Source : Gérard Charrière (L’algèbre mode d’emploi)

****

Les nombres qui se terminent par 12, 38, 62 ou 88 sont les seuls dont les carrés finissent par deux chiffres identiques.

****

Chacun des nombres suivants, écrits en base neuf, est un nombre triangulaire :

1 ; 11 ; 111 ; 1111, 11'111 ; 111'111 ; etc.

En effet, 1 (base 9) = 1 (base 10) ; 11 (base 9) = 10 (base 10) ; 111 (base 9) = 91 (base 10) ; 1111 (base 9) = 820 (base 10) ; 111'111 (base 9) = 7381 (base 10). Les nombres 1, 10, 91, 820 et 7381 sont bien des nombres triangulaires.

Le lien suivant http://www.jeuxmath.ch/mois.html vous permettra d’en savoir plus sur les nombres triangulaires (exercice 1) et sur les bases (exercices 41).

****

Combien faut-il de chiffres pour écrire tous les nombres de 1 à J ?
Appelons n, le nombre de chiffres que comporte le nombre J.
Alors, la réponse à notre question peut être calculée par la formule suivante :

$$n \cdot (J+1) - \frac{10^n - 1}{9}$$

Exemples :
1. Calculons le nombre de chiffres utilisés pour écrire tous les nombres de 1 à 99.

$2 \cdot 100 - \frac{10^2 - 1}{9}$ = 200 - 11 = 189.

2. Calculons le nombre de chiffres utilisés pour écrire tous les nombres de 1 à 894.

$3 \cdot 895 - \frac{10^3 - 1}{9}$ = 2685 - 111 = 2574.

Source : Gérard Charrière (L'algèbre mode d'emploi)

****

L'égalité suivante est vraie pour n = 1, 2, 3, 4, 5, 6 et 7.

$1^n + 5^n + 10^n + 24^n + 28^n + 42^n + 47^n + 51^n = 2^n + 3^n + 12^n + 21^n + 31^n + 40^n + 49^n + 50^n$

Source : Gérard Charrière (L'algèbre mode d'emploi)

****

Il existe de multiples manières de prouver l'irrationalité de $\sqrt{2}$. L'une d'entre elles a été donnée en 1952 par un étudiant américain, Robert James Gauntt, vingt-cinq siècles après celle de Pythagore. La voici :

Il est impossible de trouver deux entiers différents de zéro, tels que $a^2 = 2 \cdot b^2$. En effet, en base 3, le dernier chiffre différent de zéro d'un carré est 1, tandis que le dernier chiffre différent de zéro du double d'un carré est 2.

Exemples :

Carrés	1	4	9	16	25	…
Base 3	1	11	100	121	221	…
Doubles des carrés	2	8	18	32	50	…
Base 3	2	22	200	1012	1212	…

****

Voici une façon sympathique, mais pas vraiment utile, pour calculer le produit de deux nombres entiers positifs, illustrée par l'exemple du produit de 37 par 43.

37	43
18	~~86~~
9	172
4	~~344~~
2	~~688~~
1	1376

On inscrit les deux nombres en têtes de colonnes. Ensuite, dans une des colonnes, le nombre de départ est divisé successivement par 2, par défaut, jusqu'à ce que l'on obtienne 1. Dans l'autre colonne, le nombre de départ est multiplié successivement par 2, jusqu'à ce que les deux colonnes aient le même nombre de lignes.

On biffe les nombres de la colonne de droite qui sont dans la même ligne que des nombres pairs de la colonne de gauche. On additionne les nombres restants de la colonne de droite, ce qui donne 1591.

Le nombre 1591 est la réponse de 37 · 43.

Pourquoi ça marche ? Si, à côté des nombres de la colonne de gauche, on écrit un 1 lorsque le nombre est impair, et un 0 lorsque le nombre est pair, on obtient, en lisant de bas en haut, le nombre 100101. Ce nombre est l'écriture en base deux du nombre 37.

En base deux, $100101 = 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 1 \cdot 32 + 0 \cdot 16 + 0 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1$. Les opérations de la colonne de droite correspondent alors à une multiplication en base deux : $32 \cdot 43 + 4 \cdot 43 + 1 \cdot 43 = 1376 + 172 + 43 = 1591$.

Autre explication : $37 \cdot 43 = 43 + 36 \cdot 43 = 43 + 18 \cdot 86 = 43 + 9 \cdot 172 = 43 + 172 + 8 \cdot 172 = 43 + 172 + 1376 = 1591$.

****

Attention aux suites logiques ! Certaines suites ne sont logiques que pour ceux qui les ont construites, car le mot logique n'a parfois rien à voir avec les maths ou la logique mathématique.

Prenons un exemple. Jules demande à ses camarades de déterminer « a » qui est le 6ème nombre de la suite « logique » suivante : 1, 2, 3, 4, 5, a. Voici quatre réponses, toutes différentes et parfaitement justifiées, donc correctes.

- André : a = 6. André justifie sa réponse en faisant référence à la suite des nombres entiers positifs. C'est la réponse qui paraît la plus évidente, même si elle ne vaut pas mieux qu'une autre.
- Benoît : a = 7. Benoît a décidé d'écrire la suite des nombres entiers positifs en toutes lettres, et d'éliminer tous les nombres dont l'écriture compte exactement 3 lettres. Alors, a = 7.
- Carole : a = 5. La suite de Carole est la somme des facteurs premiers de la suite des nombres entiers positifs. Voici ce qu'elle obtient (la somme est mise entre parenthèses) : 1 = 1 (1) ; 2 = 2 (2) ; 3 = 3 (3) ; $4 = 2 \cdot 2$ (4) ; 5 = 5 (5) ; $6 = 2 \cdot 3$ (5).
- Fanny : a = 10. Fanny a transformé en base 6 la suite des nombres entiers positifs. C'est la raison pour laquelle elle trouve a = 10.

Conclusion : trouver le terme suivant d'une suite donnée conduit très souvent à une infinité de solutions.

****

2'438'195'960, 3'785'942'160, 4'753'869'120, 4'876'391'520 sont les quatre nombres, formés de dix chiffres différents, qui sont multiples de 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, et 18.
Source : Gérard Charrière (L'algèbre mode d'emploi)

****

Soit a, un nombre premier, alors le produit de tous les nombres inférieurs à a, plus 1, sera divisible par a.

Exemple : a = 7. Le produit des nombres inférieurs à 7 est égal à 720 ($2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6$). Alors, 721 est divisible par 7.

****

Pour déterminer si un nombre entier N est divisible par 11, il faut procéder ainsi :

1. Faire la somme (A) des chiffres de N qui sont en position impaire.
2. Faire la somme (B) des chiffres de N qui sont en position paire.

Si et seulement si A – B (ou B – A) est un multiple de 11, alors N est divisible par 11.

Prenons par exemple le nombre 2'917'090. A = 2 + 1 + 0 + 0 = 3, et B = 9 + 7 + 9 = 25. On a A – B = 3 – 25 = – 22. Comme – 22 et un multiple de 11, alors 2'917'090 est un multiple de 11.